

1. Tantárgyi címoldal



Kiskunhalasi Református Kollégium Szilády Áron Gimnáziuma Kiskunhalas

Matematika Helyi tantárgyi tanterv

Általános tantervű tanulócsoporthoz 5-12. évfolyam

A tantárgy nevelési és fejlesztési célrendszere megvalósításának iskolai keretei:

- 5-12. évfolyam: általános tantervű tanulócsoporthoz osztálykeretek között, a középszintű érettségi vizsgára való felkészítéssel. (4 óras)
- 9-12. évfolyam: általános tantervű tanulócsoporthoz osztálykeretek között, a középszintű érettségi vizsgára való felkészítéssel. (4 óras)
- 9-12. évfolyam: emelt óraszámú tanulócsoporthoz (matematika tagozat), az emelt szintű érettségi vizsgára való felkészítéssel (5 + 5 + 6 + 7 óras)
- 11-12. évfolyam: emelt szintű érettségi vizsgára felkészítő képzés évfolyam szinten szervezett csoportban (2 + 3 óras)

A tantárgy órakerete:

Évfolyam	Heti órakeret	Évi órakeret	Kerettantervi órakeret	Helyi tervezésű órakeret	Emelt szintű érettségi felkészítés heti órakerete	Emelt szintű érettségi felkészítés éves órakerete
5.	4	144	130	14	0	0
6.	4	144	97	47	0	0
7.	4	144	97	47	0	0
8.	4	144	97	47	0	0
9.	4	144	97	47	0	0
10.	4	144	97	47	0	0
11.	4	144	97	47	2	72
12.	4	128	86	42	3	96

A tantárggyal kapcsolatos pedagógiai szervezési megjegyzések:

- Az iskola 6-12. évfolyamon a matematika tantárgy óraszámát a szabadon tervezhető órakeret terhére heti egy órával megnövelte.
- A tanulónak lehetősége van a matematika tagozatos csoportból átmennie az általános tantervű csoportba, illetve általános tantervű csoportból tagozatos csoportba. Ennek módját a pedagógiai program szabályozza.
- A 10. évfolyamos tanulók az emelt szintű érettségi felkészítésre jelentkezés után, létszámtól függően külön csoportba kerülnek. Az emelt szintű érettségre felkészítő csoport számára helyi tanterv készült. A jelentkezés módját, idejét, feltételét a pedagógiai program szabályozza.
- A tanulónak lehetősége van az emelt szintű érettségre felkészítő csoportból átmennie az általános tantervű csoportba. Ennek módját a pedagógiai program szabályozza.

A helyi tanterv alapját jelentő kerettanterv:

A kerettantervek kiadásának és jóváhagyásának rendjéről szóló 51/2012. (XII. 21.) EMMI-rendelet 5. sz. mellékletében kiadott matematika tantárgyi kerettanterv alapján készült helyi tanterv.

Megjegyzés:

- A tanulók felzárkóztatására, tehetséggondozásra szakköri kereteken belül is lehetőséget biztosítunk, amennyiben a fenntartó engedélyezi.
- Lehetőséget biztosítunk a tanév folyamán a tanulóknak a versenyeken való részvételre, melyek a következők:
 - o Bács-Kiskun Megyei Matematikaverseny (5-12. évfolyam)
 - o Zrínyi Ilona Matematikaverseny (5-12. évfolyam)
 - o Református Iskolák Matematika Versenye (7-12. évfolyam)
 - o Kenguru (5-12. évfolyam)
 - o Varga Tamás Matematikaverseny (7-8. évfolyam)
 - o Bolyai Matematika Csapatverseny (5-8. évfolyam)
 - o Arany Dániel Matematikaverseny (9-10. évfolyam)
 - o Kalmár László Matematikaverseny (5-8. évfolyam)
 - o OKTV (11-12. évfolyam)

A tantárgy helyi tantervét kidolgozta: Hegedűsné Solymosi Ildikó (matematika-fizika)

A tantárgy helyi tantervét véleményezte, a nevelőtestület számára elfogadásra javasolta:

2. A helyi tanterv tantárgyi tantervének áttekintése

2.1. táblázat

A tantárgy helyi tantervében a kerettanterv kiegészítésére biztosított órakeret

5. évfolyam:			
Tematikai egység rövid címe	Kerettantervi óraszám	Helyi többlet-óraszám (±)	Témakör összidőkerete
1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	3 + folyamatos		3
2. Számтан és algebra	60	6	66
3. Függvények, az analízis elemei	13	0	13
4. Geometria	33	5	38
5. Valószínűség, statisztika	6	0	6
6. Témazáró dolgozatok írása, javítása	8	0	8
7. Összefoglalás, gyakorlás, hiányok pótlása	7	3	10
Évfolyam összesen	130	14	144

6. évfolyam:			
Tematikai egység rövid címe	Kerettantervi óraszám	Helyi többlet-óraszám (±)	Témakör összidőkerete
Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	3 + folyamatos	3	6
Számтан, algebra	49	26	75
Függvények, az analízis elemei	7	2	9
Geometria	19	9	28
Statisztika, valószínűség	6	2	8
Témazáró dolgozatok írása, javítása	6	2	8
Összefoglalás, gyakorlás, hiányok pótlása	7	5	12

Évfolyam összesen	97	47	144
-------------------	----	----	-----

7. évfolyam:			
Tematikai egység rövid címe	Kerettantervi óraszám	Helyi többlet-óraszám (\pm)	Témakör összidőkerete
Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	3 + folyamatos	2	5
Számтан, algebra	34	18	52
Függvények, az analízis elemei	12	6	18
Geometria	29	10	39
Statisztika, valószínűség	6	4	10
Témazáró dolgozatok írása, javítása	6	2	8
Összefoglalás, gyakorlás, hiányok pótlása	7	5	12
Évfolyam összesen	97	47	144

8. évfolyam:			
Tematikai egység rövid címe	Kerettantervi óraszám	Helyi többlet-óraszám (\pm)	Témakör összidőkerete
Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	4 + folyamatos	2	6
Számтан, algebra	34	21	55
Függvények, az analízis elemei	11	4	15
Geometria	21	15	36
Statisztika, valószínűség	7	1	8
Témazáró dolgozatok írása, javítása	6	2	8
Összefoglalás, gyakorlás, hiányok pótlása	14	2	16
Évfolyam összesen	97	47	144

9. évfolyam:				
Tematikai egység rövid címe	Kerettantervi óraszám	Helyi többlet-óraszám (\pm)	Heti +1 óra	Témakör összidőkerete
8. Gondolkodási és megismerési módszerek	11	3	2	16
9. Számтан és algebra	32	4	12	48
10. Összefüggések, függvények, sorozatok	10	4	5	19
11. Geometria	28	0	1	29
12. Valószínűség, statisztika	5	0	3	8
Ismétlés	6	0	13	19
Számonkérés	5	0	0	5
Évfolyam összesen	97	11	36	144

10. évfolyam:				
Tematikai egység rövid címe	Kerettantervi óraszám	Helyi többlet-óraszám (\pm)	Heti +1 óra	Témakör összidőkerete
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	9	1	3	13
2. Számтан és algebra	34	4	16	54
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	6	2	3	11
4. Geometria	32	4	12	48
5. Valószínűség, statisztika	5	0	2	7
Ismétlés	6	0	0	6
Számonkérés	5	0	0	5
Évfolyam összesen	97	11	36	144

11. évfolyam:				
Tematikai egység rövid címe	Kerettantervi	Helyi többlet-	Heti	Témakör

	óraszám	óraszám (\pm)	+1 óra	összidőkerete
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	6	2	8	16
2. Számтан és algebra	23	1	10	34
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	15	0	8	23
4. Geometria	28	6	10	44
5. Valószínűség, statisztika	14	0	0	14
Ismétlés	5	2	0	7
Számonkérés	6	0	0	6
Évfolyam összesen	97	11	36	144

12. évfolyam:				
Tematikai egység rövid címe	Kerettantervi óraszám	Helyi többlet-óraszám (\pm)	Heti +1 óra	Témakör összidőkerete
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	5	3	0	8
2. Számтан és algebra	0	0	0	0
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	13	2	3	18
4. Geometria	14	3	3	20
5. Valószínűség, statisztika	6	0	4	10
Ismétlés	40	0	22	62
Számonkérés	6	0	0	6
Évfolyam összesen	84	8	32	124

2. 2. táblázat

A tantárgy helyi tantervében a kerettanterv kiegészítésére biztosított órakeret felhasználása

5. évfolyam:	Szabad órakeret:	14
--------------	------------------	----

Tematikai egység	Téma	Óraszám
Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok		
Számтан, algebra	Természetes számok	+1
	Egész számok	+1
	Törtek	+1
	Tizedes törtek	+1
	A tanult anyag elmélyítése	+2
Függvények, az analízis elemei		
Geometria	Geometriai alapfogalmak	+1
	Kerület, terület, felszín, térfogat	+1
	Adott tul. ponthalmazok	+1
	A tanult anyag elmélyítése	+2
Statisztika, valószínűség		
Témazáró dolgozatok írása, javítása		
Összefoglalás, gyakorlás, hiányok pótlása	A tanult ismeretek elmélyítése	+3
	Összesen:	14

6. évfolyam:	Szabad órakeret:	47
--------------	------------------	----

Tematikai egység	Téma	Óraszám
Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	A tanultak elmélyítése	+3
Számтан, algebra	Törtek	+3

	Tizedes törtek Oszthatóság Arányos következtetések Százalékszámítás Egyenletek, egyenlőtlenségek Szöveges feladatok A tanult ismeretek elmélyítése	+3 +3 +3 +3 +3 +3 +3
Függvények, az analízis elemei	A tanult ismeretek elmélyítése	+2
Geometria	Alapfogalmak Tengelyes tükrözés A tanult ismeretek elmélyítése	+3 +3 +3
Statisztika, valószínűség	A tanult ismeretek elmélyítése	+2
Témazáró dolgozatok írása, javítása		+2
Összefoglalás, gyakorlás, hiányok pótlása		+5
	Összesen:	11

7. évfolyam:	Szabad órakeret:	47
--------------	------------------	----

Tematikai egység	Téma	Óraszám
Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	A tanult ismeretek elmélyítése	+2
Számтан, algebra	Műveletek racionális számokkal Hatványozás Arány, arányosság Százalékszámítás Oszthatóság Algebrai kifejezések Egyenletek, egyenlőtlenségek Szöveges feladatok megoldása A tanult ismeretek elmélyítése	+2 +2 +2 +2 +2 +2 +2 +2 +2
Függvények, az analízis elemei	Függvényvizsgálat Számтani sorozat A tanult ismeretek elmélyítése	+2 +2 +2
Geometria	Geometriai transzformációk Szerkesztések Síkgeometria Térgeometria A tanult ismeretek elmélyítése	+2 +2 +2 +2 +2
Statisztika, valószínűség	Diagramok készítése A tanult ismeretek elmélyítése	+2 +2
Témazáró dolgozatok írása, javítása		+2
Összefoglalás, gyakorlás, hiányok pótlása		+5
	Összesen:	47

8. évfolyam:	Szabad órakeret:	47
--------------	------------------	----

Tematikai egység	Téma	Óraszám
Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	A tanult ismeret elmélyítése	+2
Számтан, algebra	Műveletek racionális számokkal Hatványozás Pitagorasz tétel alkalmazása Műveletek algebrai kifejezésekkel Nevezetes azonosságok Egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása Szöveges feladatok megoldása	+2 +3 +3 +2 +3 +3 +3

	A tanult ismeretek elmélyítése	+3
		+2
Függvények, az analízis elemei	Függvénytranszformációk	+2
	A tanult ismeretek elmélyítése	+2
Geometria	Geometriai transzformációk	+3
	Szerkesztések	+3
	Síkgeometria	+3
	Térgeometria	+3
	A tanult ismeretek elmélyítése	+3
Statisztika, valószínűség		+1
Témazáró dolgozatok írása, javítása		+2
Összefoglalás, gyakorlás, hiányok pótlása		+2
		47

9. évfolyam:	Szabad órakeret:	47
--------------	------------------	----

Tematikai egység	Téma	Óraszám
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Logikai szita	2
	Műveletek intervallumokkal	1
	Sorrendezési és kiválasztási problémák	2
2. Számтан és algebra	A racionális számok különböző alakja	1
	Műveletek racionális számokkal	1
	Százalékszámítás	1
	Polinom fogalma, rendezettség, fokszám	1
	Teljes négyzetté alakítás	1
	Paraméter és a változó fogalma	1
	Algebrai törtes egyenletek, egyenlőtlenségek	4
	Abszolútértéket tartalmazó egyenlőtlenségek	1
	Ismeretek elmélyítése	5
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Az $f(x) = a x + b + c$ függvény grafikonja és tulajdonságai	1
	Az $f(x) = x^2$ fgv. grafikonja, tulajdons.	1
	Az $f(x) = a(x + b)^2 + c$ függvény grafikonja és tulajdonságai	1
	Függvény transzformációk rendszerezése	2
	A függvénytulajdonságok rendszerezése	2
	Egyenlőtlenségek grafikus megoldása	2
4. Geometria	Háromszögek egybevágóságának alapesetei	1
5. Valószínűség, statisztika	Adatgyűjtés	1
	Diagramtípusok értelmezése	1
	Statisztikai mutatók, eljárások értelmezése	1
Ismétlés	Ismeretek elmélyítése	13
	Összesen:	47

10. évfolyam:	Szabad órakeret:	47
---------------	------------------	----

Tematikai egység	Téma	Óraszám
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Skatulya-elv	1

	Gráfok alkalmazása	1	
	Ismeretek elmélyítése	2	
2. Számтан és algebra	Diszkrimináns	2	
	Hiányos másodfokú egyenletek	1	
	Másodfokúra visszavezethető törtes egyenletek	2	
	Ismeretek elmélyítése	15	
	Másodfokú egyenlőség, egyenlőtlenség, egyenletrendszer grafikus megoldása	3	
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Ismeretek elmélyítése	2	
	Összefüggés a kerületi és középponti szögek között	2	
4. Geometria	Látókörv szerkesztése	1	
	Háromszög középvonala	1	
	Négyszögek és a kör	2	
	Vektorkoordináták síkban és térben, műveletek koordinátákkal	2	
	Nevezetes szögek szögfüggvényei	2	
	Ismeretek elmélyítése	6	
	5. Valószínűség, statisztika	Ismeretek elmélyítése	2
		Összesen:	47

11. évfolyam:	Szabad órakeret:	47
---------------	------------------	----

Tematikai egység	Téma	Óraszám
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Permutációk (ism, ism. nélküli)	1
	Variációk (ism., ism. nélküli)	1
	Kombinációk (ism. nélküli)	1
	Pascal háromszög	2
	Teljes gráf	1
	A tudás elmélyítése	4
2. Számтан és algebra	Négyzetgyökvonás azonosságai	3
	Exponenciális egyenlőtlenségek	1
	Logaritmusos egyenlőtlenségek	1
	A tudás elmélyítése	6
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Trigonometrikus függvények jellemzése	4
	Exponenciális függvény transzformációja	2
	A logaritmus függvény transzformációja	2
4. Geometria	Geometriai ismeretek ismétlése	2
	Skaláris szorzat alkalmazása	2
	Párhuz. és merőleges vektor koordinátái	1
	A kör középpontjának és a kör sugarának meghatározása	1
	A kör egyenletének vizsgálata	1
	A kétismeretlenes másodfokú egyenlet és a kör	1
	Elemi geometriai feladatok megoldása koordináta geom. eszközökkel	2
	A tudás elmélyítése	6
	5. Valószínűség, statisztika	
	Összesen:	47

12. évfolyam:	Szabad órakeret:	40
---------------	------------------	----

Tematikai egység	Téma	Óraszám
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Ismeretek elmélyítése	3
2. Összefüggések, függvények, sorozatok	Gyakorlati problémák kamatos kamatra	2
	Ismeretek elmélyítése	3
3. Geometria	Testek hálói, síkmetszetek, kerekítések	2
	Ismeretek elmélyítése	4
4. Valószínűség, statisztika	A reprezentatív mintavétel	1
	Osztályba sorolás, átlagos absz.eltérés	2
	Gyakorlati példák binom. eloszlásra	2
Ismétlés	Permutáció, variáció, kombináció	1
	Szövegelemzést igénylő feladatok	2
	A tanult azonosságok alkalmazása	2
	Szöveges feladatok	2
	A tanult fgv. tul.alk. graf. elemzésénél	3
	Fgv.haszn. valós folyamatok elemz.	1
	Táv. szögek szám.síkban és térben	3
	A háromszögre vonatkozó tételek feladatban	2
	Területszámítás	2
	A háromszög nevezetes vonalai a koordináta-rendszerben	2
	Nyerési esély egyszerű játékokban	1
		Összesen:

3. Tantárgyi bevezető:

A. A matematikatanítás pedagógiai célrendszere és feladatai

„Mert ami Istenben láthatatlan, tudniillik az örökké való hatalma és istensége, a világ teremtésétől fogva az Ő alkotásaiból megértetvén megláttatik.” Róm. 1:20

A magyarországi református iskolai oktatásban, nevelésben a református pedagógiai gondolkodás évszázadok során kikristályosodott elvei fogalmazódnak meg, amelyek segítségével a gyermekek személyiségét egységes szemléletű rendszerben igyekszik formálni. Valljuk, hogy a tanári katedra, akárcsak a templomi szószék, Isten dicsőségének hirdetését szolgálja, amint az a természetben, a művészetekben és a tudományban megnyilatkozik. Nincs külön tudomány és vallásos, vagy református tudomány. Nekünk tanároknak önálló egyéniségünk és világnézetünk van. A matematika órának nem kell vallásos agitáció tárgyává válni, a tanárnak nem kell feltétlenül bibliai ismereteket közvetítenie, de egyéniségének, emberségének, meggyőződésének, világnézetének, hitének át kell sugározni egész életén, így a tantárgyan is. A pedagógus saját meggyőződését, egyéniségét adja át tanítványainak, ezért a nevelés nem lehet semleges. A matematika az Isten által teremtett világ egyféle leírása. A teremtés rendje a matematika rendje. Rácsodálkozni a világra a matematika segítségével is lehet. A pedagógusnak tudnia kell, hogy minden tanuló önálló személyiség, s így mindegyikükhöz külön út vezet. Ez különösen igaz a matematikára, ugyanis kézzel foghatóan eltérő a tanulók gondolkodásmódja, értelmi képességük fejlődésének különböző az üteme. Tudatosítanunk kell diákjainkban, hogy Isten kivétel nélkül talentumokkal ajándékozta meg őket. A mi feladatunk, hogy segítsük őket ezeknek a talentumoknak a felismerésében, s ráébredniük az ezzel járó felelősségre. A tehetségével való szerény, de okos gazdálkodás a református iskola diákjaiban szilárd hivatástudatot és munkaerkölcset kell, hogy kialakítson.

„A feladatmegoldás a jellemet is fejleszti. Mert hogyha nehéz problémánk adódik és azon hetekig, hónapokig, sőt élethosszig gondolkodnunk kell – az jellem nélkül nem megy! Ahhoz kitartás kell és akaraterő. Az ember tanulja meg, hogy ne adja fel még a reménytelennek látszó eseteket sem.”

Pólya György matematikus

Az iskolai matematikatanítás *célja*, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról, mint tudásrendszerrel és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás *feladata* a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítőtje; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természet-tudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

B. A matematika szerepe a kulcskompetenciák fejlesztésében

A matematika azon műveltségi területek egyike, amelynek tanítása során igen sok lehetőség adódik más műveltségi területekhez való kapcsolódásra, és a képességek sokirányú fejlesztésére. A tananyag egyes részleteinek páros- vagy csoportmunkában való feldolgozása, a feladat-megoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a *kommunikációs képesség* fejlesztésének, a *reális önértékelés* kialakulásának fontos területei. A problémák önálló megfogalmazása, az érvelés, a matematikai alapokra épülő bizonyítás, a feladatok szövegének értelmezése lehetőséget ad a *kommunikációs képesség fejlesztésére*.

A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által a hatékony, önálló tanulás módszereinek elsajátítása az *önálló ismeretszerzés* képességnek fejlesztése, a felsőfokú tanulást is előkészíti.

A matematika a lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), Internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a *digitális kompetencia* fejlődéséhez. A statisztikai kimutatások és az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a *vállalkozói kompetencia* fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához.

A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a *penzügyi-gazdasági kompetenciák* kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Kiemelt szerepet szánunk azoknak az optimum problémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan bevezetjük matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, értéknövekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknál azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része.

A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a *népművészetben és általában a művészetekben* való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulók előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított idő bőven meg-térül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutatunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (például informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, illetve például vegyész, grafikus, szociológus stb.), ezzel is segítve a tanulók *pályaválasztását*.

C. A matematika sajátos fejlesztési céljai a középfokú nevelés-oktatás szakaszában

A középiskola első évfolyamán sok, korábban már szereplő ismeret, összefüggés, fogalom újra előkerül, úgy, hogy a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségeik megismerésén van a hangsúly, melyek által a *fogalmak jelentése gazdagodik*. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenki által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.) A felsorolt célok az általános iskolai matematikatanítás céljaihoz képest jelentős többletet jelentenek, ezért is fontos, hogy változatos módszertani megoldásokkal tegyük könnyebbé az átmenetet. A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismertszerzés fő módszere a *tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése*, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása is.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető *cél*, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő *modelleket*, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), *módszereket* (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytan, statisztikai stb.) és *leírásokat*. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő *képességek fejlesztése*. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diskussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére. A tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy *alkalmazni tudják matematikai tudásukat*, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatják. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt. A tanulók rendszeresen oldjanak meg *önállóan feladatokat*, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitaró, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunktól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamatában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére.

A matematika tanulása a középiskolások számára egy 12 éven át tartó folyamat, amelyben az egyenletes fejlődés lehetőségét a Nat és a kerettantervek biztosítják. Ennek ellenére a tanuláshoz töréspontjai is vannak: átmenetek egyik pedagógiai szakaszból a következőbe, tanárváltások, iskolaváltás(ok). A középiskolába való belépés a pedagógus számára lehetőséget jelent arra, hogy a *matematikatanulás módszereinek* megismertetésével, változatos pedagógiai eljárásokkal, odafigyeléssel lassan pozitív hozzáállást alakítson ki a kedvetlen tanulóban.

A *matematika megszeretésének* igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú *játékok*, a matematikához kapcsolódó *érdekes problémák és feladványok*. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amilyeneket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni, ezzel a *problémamegoldás módszereit* gyakorolják, és ezáltal fejlődik a *kreativitásuk* is. A matematikához való *pozitív attitűd* kialakításában komoly segítség lehet a *matematikatörténet* egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, a nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. Ajánlott témák: a Königsbergi hidak problémája; az első magyar nyelvű matematika könyv a Debreceni Arithmetica; a párhuzamossági axióma problémája; prímszámokkal kapcsolatos kérdések, stb. Néhány tudós munkásságának megismerése a tananyag része: Eukleidész; Pitagorasz; Descartes; Bolyai Farkas; Bolyai János; Thalész; Euler; Gauss; Pascal; Cantor; Neumann; Erdős; Pólya. Diákjaink megismerik a Debreceni Református Kollégium tudós professzorainak tevékenységét: Maróthi; Hatvani; Segner; Kerekes.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, *tételek bizonyítása* nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a *bizonyítás iránti igény felkeltése*, a logikai levezetés szükségességének megértetése. Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra és az ismeretek más műveltségi területen való felhasználhatóságára.

A középiskolai tanulmányok vége felé közeledve a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az *analizáló és a szintetizáló képesség* további alakítása. Lényeges, hogy az utolsó két évfolyamon áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítsünk. Olyanokat, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a *matematikakülönböző területeinek összefüggéseit* s így a matematika komplexitását is bemutatjuk. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témaköre kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra.

Minden életkori szakaszban fontos a *differenciálás*, amely nemcsak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódnak a tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

4. Tantárgyi tartalom: az egyes tematikai egységek elemzése évfolyamonként

5. évfolyam

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika	Órakeret 3 óra
Előzetes tudás	Adott tulajdonságú elemek halmazba rendezése. Halmazba tartozó elemek közös tulajdonságainak felismerése, megnevezése. Annak eldöntése, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba. A változás értelmezése egyszerű matematikai tartalmú szövegben. Több, kevesebb, ugyanannyi fogalma. Állítások igazságtartalmának vizsgálata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Elemek halmazba rendezése több szempont szerint – hétköznapi életből vett példák, illetve matematikai tulajdonságok alapján. A halmazba tartozó és a halmazba nem tartozó elemek vizsgálata – halmaz, alaphalmaz, részhalmaz. Adatok elhelyezése halmazábrában. Állítások megfogalmazása, igazságtartalmának eldöntése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Halmazok Halmazok megadása, részhalmaz, komplementer halmaz. Adott tulajdonság alapján elemeket csoportba foglalunk: példák a mindennapi életből és a számhalmazok területéről. Halmazok megadása elemek felsorolásával. Halmazábra használata.	<i>Informatika:</i> könyvtárszerkezet a számítógépen. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tárgyak kiválasztása.

<p>Matematikai logika Logikai állítások. Igaz, hamis állítás. És; vagy. Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből és a matematika területéről. Definíciók megértése, alkalmazása. Állítások igazságtartalmának eldöntése. Vitakultúra fejlesztése.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> Tanuljunk érvelni!</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Halmaz, számhalmaz, elem. IGAZ, HAMIS, ÉS, VAGY.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra (természetes számok)	Órakeret 22 óra
Előzetes tudás	Számok írása, olvasása (10 000-es számkör). Helyi érték, alaki érték, valódi érték. Számok helye a számegyenesen. Természetes számok nagyság szerinti összehasonlítása. Matematikai jelek: +, -, •, :, =, <, >, () ismerete, használata. A matematika különböző területein az ésszerű becslés és a kerekítés alkalmazása. Műveletek ellenőrzése. Fejben számolás száz-as számkörben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tízes számrendszer fogalmának elmélyítése. Elemek csoportosítása más számrendszerben is. A számegyenes használata, alkalmas egység megválasztása. A műveletek biztos elvégzésének erősítése – fejben és írásban. Műveleti tulajdonságok felismerése, alkalmazása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A tízes számrendszer. A számfogalom fejlesztése milliós számkörben. Helyi érték, alaki érték ismerete, számok kiolvasása. A számok helyesírásának ismerete. Kapcsolat a kombinatorikával (számok kirakása). Kapcsolat a mindennapi élettel (pénzegységek, mértékegységek átváltása). <i>Matematikatörténet:</i> A számírás kialakulása, római számok.</p>		<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a magyar helyesírás alapelvei.</p>
<p>A számegyenes. Számok összehasonlítása. Számok elhelyezése számegyenesen. Megfelelő beosztás választása. Kerekítés, becslés. A kerekítés szabályainak ismerete.</p>		
<p>Összeadás, kivonás, szorzás. Osztás, maradékos osztás. Műveletek elvégzése fejben és írásban. A tanulók gyakorlati feladatokban ismerjék fel, hogy melyik művelet alkalmazására van szükség. Műveletek ellenőrzése. Az 1 és a 0 a szorzásban és az osztásban. Műveletek tulajdonságai, zárójelek használata, műveletek sorrendje. Műveleti sorrend, ha a kifejezés nem tartalmaz zárójelet. Tagok, tényezők felcserélhetőek, csoportosíthatóak. Zárójelek szerepének felismerése. Szorzás, osztás 10-zel, 100-zal, 1000-rel. Alkalmazásuk mértékegységek átváltása során.</p>		<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés.</p>
<p>Számrendszerek. A tízestől különböző számrendszerek kialakítása. <i>Matematikatörténet:</i> 12-es, 60-as számrendszer.</p>		<p><i>Informatika:</i> 2-es számrendszer.</p>

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Tízestízes számrendszer, helyi érték, alaki érték, számegegyenes, összeadandó, összeg tag, kisebbítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, tényező, osztandó, osztó, hányados, maradék, számrendszer.
--------------------------------	---

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Számelmélet, algebra (egész számok)	Órakeret 22 óra
Előzetes tudás	Negatív számok a mindennapi életben - hőmérséklet, adósság.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ellentétes mennyiségek fogalmának mélyítése. Mennyiségi jellemzők kifejezése negatív számokkal. Műveletvégzés az egész számok halmazán. Műveleti tulajdonságok, zárójelek használata az egész számok halmazán.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A negatív szám. Számkörbővítés: miért van szükségünk egész számokra? Ellentétes mennyiségek ismerete, felfedezése az életünkben.</p> <p>Egy szám ellentettje, abszolútértéke. Nagyobb, kisebb fogalma az egész számok körében. Egész számok a számegegyenesen. A számegegyenest segédeszközként használjuk a fogalmak megértésére, a szükséges absztrakció érdekében.</p>		<p><i>Természetismeret:</i> hőmérséklet, időjárás-jelentés, tengerszint feletti magasság. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> időszámítás – i.e.</p>
<p>A derékszögű koordináta-rendszer. I., II., III., IV. síknegyed. Első jelzőszám, második jelzőszám. A jelzőszámok nem cserélhetőek fel. Példák: színházjegy, sakk, táblázatok.</p>		<p><i>Természetismeret:</i> helymeghatározás, térképek.</p>
<p>Egész számok összeadása, kivonása, szorzása, osztása. A műveletek elvégzése előtt a várható eredmény, és előjelének becslése. A kivonás átírható összeadásra. Többtagú kifejezések összevonása. Zárójelek használata, műveleti sorrend. Számítógép használata: gyakorlás a digitális tudásbázis segítségével.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Negatív szám, előjel, ellentett, abszolút érték, koordináta-rendszer, síknegyed, első, második jelzőszám.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Számelmélet, algebra (törtek, tizedestörtek)	Órakeret 22 óra
Előzetes tudás	Törtek a mindennapi életben: 2, 3, 4, 10, 100 nevezőjű törtek megnevezése, lejegyzése szöveggel, előállítás a hajtogatással, nyírással, rajzzal, színezéssel.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A törtek jelentésének megalapozása, elmélyítése. Törtek többféle alakjának ismerete. Műveletvégzés a törtszámok körében.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A törtek értelmezése. Törtek kétféle értelmezése – felismerés szöveges környezetben. Törtek egyszerűsítése, bővítése. Közönséges tört, vegyes tört. Az egyszerűsítés és a bővítés tudatos alkalmazása. Negatív törtek. Törtek ábrázolása a számegegyenesen. Törtek összehasonlítása egyenlő nevezőjű, egyenlő számlálójú törtek esetében.</p>		<p><i>Ének-zene:</i> a hangjegyek értékének és a törtszámoknak a kapcsolata.</p>

<p>Törtek összeadása, kivonása. Közös nevező keresése.</p> <p>Törtek szorzása. A reciprokok fogalma. Törtek osztása. Tört szorzása, osztása egész számmal, törtszámmal. Számolási készség fejlesztése. Az ellenőrzés igénye, a becslés képességének fejlesztése.</p> <p>Műveleti tulajdonságok, zárójelek használata, műveleti sorrend.</p>	
---	--

<p>A tizedestörtek értelmezése, használata. Tizedestörtek jelentése, kiolvasása, leírása. Helyiérték-táblázat használata. Mértékegységek kifejezése tizedestörtekkel: dm, cl, mm...</p> <p>Tizedestörtek a számegyenesen. Tizedestörtek leolvasása a számegyenesről. Tizedestörtek elhelyezése a számegyenesen. Mérés a milliméter beosztású vonalzóval, mérőszalaggal.</p> <p>Tizedestörtek egyszerűsítése, bővítése. A tizedestört végére nullákat írhatunk, illetve a szám végén lévő nullákat elhagyhatjuk.</p> <p>Tizedestörtek összehasonlítása. Számegyenes használva és a szám írott alakja alapján összehasonlítunk. Matematikai jelek használata (<, > =).</p> <p>Tizedestörtek kerekítése.</p>	<p><i>Természetismeret:</i> hosszúságmérés.</p>
<p>Tizedestörtek összeadása, kivonása. Tizedestörtek szorzása, osztása egész számmal. A műveletek elvégzése fejben kisebb számokon. A műveletek eredményének előzetes becslése, írásbeli elvégzése. Számolás negatív tizedestörtekkel is. A műveletek ellenőrzése.</p> <p>Tizedestörtek szorzása, osztása 10-zel, 100-zal, 1000-rel. Alkalmazás a mértékegységekkel való számolásban: kerület, terület, űrtartalom, átváltások.</p>	<p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> statisztikai adatok.</p>
<p>Mérés, mértékegységek. Hosszúság, tömeg, idő mérése, mértékegységek. Mérések elvégzése csoportmunkában, együttműködés a társakkal.</p>	<p><i>Természetismeret:</i> mérés, mértékegységek.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Tört, számláló, nevező, közös nevező, reciprokok, tizedestört, közös nevező, véges és végtelen szakaszos tizedestört, racionális szám, egyszerűsítés, bővítés.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Geometria (Geometriai alapfogalmak)	Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	Pont, egyenes, görbe vonalak szemléletes fogalma. Párhuzamos és metsző egyenesek. Háromszög, négyzet, téglalap, sokszög felismerése, jellemzőik, előállításuk másolással, hajtogatással, nyírással. Körvonal és körlap. Kocka, téglatest, gömb felismerése a mindennapi életben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tételek fogalmának elmélyítése – környezetünk tárgyainak vizsgálata. Távolság szemléletes fogalma, meghatározása. Körző, vonalzó, szögmérő használata, szerkesztés. Esztétikai érzék fejlesztése. Sokszögek belső és külső szögeinek mérése, szögek összegének meghatározása. Kör vizsgálata.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
-------------------------------------	---------------------

Pont, egyenes, sík, félegyenes, szakasz. Síkidom, sokszög, oldal, átló, konvexitás. A környezetünkben lévő tárgyakon ismerjük fel a vizsgált geometriai fogalmakat. Test, csúcs, él, lap. Testek építése, szemléltetése.		
Merőleges egyenesek. Párhuzamos egyenesek. Merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése vonalzóval.		<i>Technika, életvitel és gyakorlat: vízszintező, mérőön.</i>
A szög. Szögek fajtái. A szög jelölése, betűzése, görög betűk. Nullszög, hegyesszög, derékszög, tompaszög, egyenesszög, homorúszög, teljesszög. Szögmérés szögmérővel. Fok, szögperc, szögmásodperc. Szögmásolás, szögfelezés. Nevezetes szögek szerkesztése.		
Kör. Sugár, átmérő, húr, szelő, érintő. A fogalmak felismerése környezetünk tárgyain. Dísztípminták szerkesztése körzővel.		<i>Hon- és népismeret: népművészeti motívumok.</i>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Pont, félegyenes, szakasz, sík, síkidom, sokszög, test, csúcs, él, lap. Merőlegesség (egyenesek), párhuzamosság (egyenesek). Szög, nullszög, hegyesszög, derékszög, tompaszög, egyenesszög, homorúszög, teljesszög. Kör, gömb, sugár, átmérő, húr, szelő, érintő.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. Geometria (kerület, terület, felszín, térfogat)	Órakeret 13 óra
Előzetes tudás	Hosszúság mérése (egyszerű gyakorlati példák). Négyzet, téglalap kerülete – mérés, számítás, mértékegységek. Négyzet, téglalap területének mérése különféle egységekkel, területlefedéssel. A test és a síkidom közötti különbség megértése. Kocka, téglatest, felismerése, létrehozása, jellemzői.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Hosszúság mérésének gyakorlása – mérőeszközök használata, becslés. A kerület meghatározása méréssel és számolással. Számolási készség fejlesztése. Mértékegységek használata, átváltása. A felszín és a térfogat meghatározása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A kerület mérése, mértékegységei. A téglalap, a négyzet, kerülete. Adott alakzatok kerületének meghatározása méréssel, számolással. Méterrúd, mérőszalag használata.		<i>Technika, életvitel és gyakorlat: számítások tapétázáshoz, csempézéshez.</i> <i>Vizuális kultúra: dísztípminták periodikus ismétlése.</i>
A terület mérése, mértékegységei. A téglalap, négyzet, területe. Adott alakzatok területének meghatározása - az adott egységgel összehasonlítunk, közelítünk, számolunk. Mérőeszközök használata. A téglatest hálója, felszíne.		
A térfogat, űrtartalom mérése. Mértékegységek. A téglatest térfogata. Üvegek, üdítős dobozok térfogata.		

Testek építése, ábrázolása. Építőjátékok használata. Térszemlélet fejlesztése.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Kerület, terület, felszín, térfogat, felszín, térfogat, test hálója.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	7. Geometria (adott tulajdonságú ponthalmazok)	Órakeret 13 óra
Előzetes tudás	A távolság fogalma. Körvonal, körlap. Párhuzamos és merőleges egyenesek rajzolása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Szakaszfelező merőleges, szögfelező szerkesztése. Háromszög beírt és köré írt körének szerkesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Távolsággal jellemzett ponthalmazok: – adott térelemről adott távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben (kör és gömb); – két térelemről egyenlő távol lévő pontok halmaza a síkban (szakaszfelező merőleges, szögfelező).		
Szerkesztési feladatok: a háromszög oldalfelező merőlegesei, szögfelezői, köré írható köre, beírható köre. Az állítások megsejtése, kimondása szerkesztési tapasztalatok alapján.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Kör, gömb, szakaszfelező merőleges, szögfelező, körülírt kör, beírt kör.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	8. Sorozatok, függvények	Órakeret 13 óra
Előzetes tudás	Szabályfelismerés, szabálykövetés. Növekvő és csökkenő számsorozatok. Összefüggések keresése az egyszerű sorozatok elemei között. A szabály megfogalmazása egyszerű formában, a hiányzó elemek pótlása. Tapasztalati adatok lejegyzése, táblázatba rendezése. Táblázat adatainak értelmezése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Sorozat megadása szabállyal. A koordináta-rendszer biztonságos használata. Függvényszemlélet előkészítése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Sorozatok. Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Sorozatok készítése. Algoritmusok játékokon keresztül. <i>Matematikatörténet: Gauss.</i>		<i>Technika, életvitel, gyakorlat: osztálynévsor, tornasor.</i>
Koordináta-rendszer, grafikonok. Egyenes arányosság grafikonja. Egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Sorozat, egyenes arányosság, grafikon.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	9. Statisztika, valószínűség	Órakeret 6 óra
Előzetes tudás	Adatgyűjtés, adatok lejegyzése, diagram leolvasása. Valószínűségi játékok, kísérletek,	

	megfigyelések - biztos, lehetetlen, lehet, de nem biztos állítások.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Adatok gyűjtése, értelmezése, jellemzése. Valószínűségi játékokon és kísérleteken keresztül a valószínűség fogalmának alapozása.	
	Ismeretek és fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Adatok ábrázolása. Adatok gyűjtése, elemzése. Oszlopdiagram, vonaldiagram, kördiagram elemzése. Átlag. Az átlag kiszámítása, értelmezése.		<i>Természetismeret:</i> Népeesség alakulása, összetétele. <i>Technika, életvitel és gyakorlat; természetismeret:</i> lázmérés, lázgörbe.
Valószínűségi játékok. Adatok tervszerű gyűjtése.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Adat, grafikon, átlag.	

A fejlesztés várt eredményei az 5. évfolyam végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazok megadása adott tulajdonság alapján. – Részhalmaz alkotása. – Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből és a matematika területéről, állítások igazságtartalmának eldöntése. <p><i>Számelmélet és algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A természetes számok halmaza, a tízes számrendszer ismerete, számok írása olvasása, összehasonlítása. – Műveletek elvégzése, ellenőrzés, műveleti sorrend ismerete, zárójelek alkalmazása. – Egész számok, negatív számok ismerete, ellentett, abszolútérték meghatározása. – Törtszám fogalmának ismerete, törtekkel végzett műveletek elvégzése. – Számegyenes használata, koordináta-rendszer ismerete. – Mérés a gyakorlatban; mértékegységek (hosszúság, terület, űrtartalom, tömeg, idő), mérőeszközök használata; becslés. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Tételek felismerése környezetünk tárgyain, pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány. – Szerkesztések elvégzése, körző, vonalzó használata. Szakasz másolása, szög másolása, szakaszfelezés, szögfelezés, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése. – Kerület és terület mérése, mértékegységeinek ismerete, átváltása. – Téglatest felszínének, térfogatának számítása. – Szakaszfelező merőlegesek, szögfelezők szerkesztése. <p><i>Sorozatok, függvények</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. – Egyszerű grafikonok értelmezése. <p><i>Statisztika, valószínűség</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása. – Néhány szám számtani közepének kiszámítása. – Valószínűségi játékok és kísérletek végzése, az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése.
--	---

6. évfolyam

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika	Órakeret 6 óra
Előzetes tudás	Adott tulajdonságú elemek halmazba rendezése. Halmazba tartozó elemek közös tulajdonságainak felismerése, megnevezése. Annak eldöntése, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba. A változás értelmezése egyszerű matematikai tartalmú szövegben. Több, kevesebb, ugyanannyi fogalma. Állítások igazságtartalmának vizsgálata. Néhány elem sorba rendezése, az összes eset megtalálása (próbálgatással).	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Elemek halmazba rendezése több szempont szerint – hétköznapi életből vett példák, illetve matematikai tulajdonságok alapján. A halmazba tartozó és a halmazba nem tartozó elemek vizsgálata – halmaz, alaphalmaz, részhalmaz. Adatok elhelyezése halmazábrában. Állítások megfogalmazása, igazságtartalmának eldöntése. Néhány elem sorba rendezése, kiválasztása – módszeres próbálgatással.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Halmazok Halmazok uniója, metszete. Üres halmaz, egyenlő halmazok. Adott tulajdonság alapján elemeket csoportba foglalunk: példák a mindennapi életből és a számhalmazok területéről. Halmazok megadása elemek felsorolásával. Halmazábra használata. Adott véges halmaz részhalmazainak a felírása. Halmazműveletek elvégzése véges halmazokon.	<i>Informatika:</i> könyvtárszerkezet a számítógépen. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tárgyak kiválasztása.
Matematikai logika Logikai állítások. Igaz, hamis állítás. És; vagy. Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből és a matematika területéről. Definíciók megértése, alkalmazása. Állítások igazságtartalmának eldöntése. Vitakultúra fejlesztése.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> Tanuljunk érvelni!
Kombinatorika Sorba rendezések. Kiválasztások. Néhány elem sorba rendezése. Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Halmaz, számhalmaz, elem, részhalmaz, unió, metszet, IGAZ, HAMIS, ÉS, VAGY.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra (törtek, tizedestörtek, racionális számok)	Órakeret 32 óra
Előzetes tudás	Törtek a mindennapi életben: 2, 3, 4, 10, 100 nevezőjű törtek megnevezése, lejegyzése szöveggel, előállításuk hajtogatással, nyírással, rajzzal, színezéssel.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A törtek jelentésének megalapozása, elmélyítése. Törtek többféle alakjának ismerete. Műveletvégzés a törtszámok körében.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Egész számok összeadása, kivonása, szorzása, osztása.		

<p>A műveletek elvégzése előtt a várható eredmény, és előjelének becslése. A kivonás átírható összeadásra. Többtagú kifejezések összevonása. Zárójelek használata, műveleti sorrend.</p>	
<p>A törtek értelmezése. Törtek kétféle értelmezése – felismerés szöveges környezetben. Negatív törtek.</p>	<p><i>Ének-zene:</i> a hangjegyek értékének és a törtszámoknak a kapcsolata.</p>
<p>Törtek összeadása, kivonása. Közös nevező keresése. Törtek szorzása. A reciprok fogalma. Törtek osztása. Tört szorzása, osztása egész számmal, törtszámmal. Számolási készség fejlesztése. Az ellenőrzés igénye, a becslés képességének fejlesztése. Műveleti tulajdonságok, zárójelek használata, műveleti sorrend.</p>	
<p>A tizedestörtek értelmezése, használata. Tizedestörtek a számegyenesen. Tizedestörtek egyszerűsítése, bővítése.</p>	<p><i>Természetismeret:</i> hosszúságmérés.</p>
<p>Tizedestörtek szorzása, osztása egész számmal. Szorzás tizedestörttel. Osztás tizedestörttel. Az átlag kiszámítása. Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése. Hány tizedesjegyre számoljunk átlagot? Tört alakban írt szám tizedestört alakja. Racionális számok. Véges, végtelen szakaszos tizedestörtek előállítását osztással. Két egész szám hányadosaként felírható számok.</p>	<p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> statisztikai adatok.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Tört, számláló, nevező, közös nevező, reciprok, tizedestört, közönséges tört, véges és végtelen szakaszos tizedestört, racionális szám, egyszerűsítés, bővítés.</p>

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>3. Számelmélet, algebra (oszthatóság)</p>	<p>Órakeret 13 óra</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Osztás, osztó, maradékos osztás.</p>	
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>Az osztó, többszörös fogalmának elmélyítése. Számolási készség fejlesztése.</p>	
<p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p>		<p>Kapcsolódási pontok</p>
<p>Osztó, többszörös. Osztók meghatározása, osztópárok, valódi osztók. Osztók, többszörösök halmaza – halmazábra készítése. Táblázat, grafikon az osztók számáról. Prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás.</p>		<p><i>Természetismeret:</i> ciklusok a természetben.</p>
<p><i>Matematikatörténet:</i> Eratoszthenész szitája. Oszthatósági szabályok. 2-vel, 4-gyel, 8-cal, 5-tel, 25-tel, 125-tel, 10-zel, 100-zal való oszthatóság eldöntése a szám végződése alapján. 3-mal, 9-cel való oszthatóság eldöntése a számjegyek összege alapján.</p>		

Közös osztók. Közös többszörösök. Közös osztók, közös többszörösök meghatározása konkrét számok esetén. A tanult ismeretek alkalmazása törtek egyszerűsítésére, bővítésére.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Osztó, prímszám, összetett szám. Közös osztó, közös többszörös.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Számelmélet, algebra (arányos következtetések, egyenletek, egyenlőtlenségek)	Órakeret 37 óra
Előzetes tudás	Egyszerű szöveges feladatok megoldása: a szöveg értelmezése, adatok kigyűjtése, megoldási terv készítése, becslés, ellenőrzés, az eredmény realitásának vizsgálata. Jelek, szimbólumok használata összefüggések leírására, az ismeretlen szimbólum kiszámítása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Arányos következtetések. Egyenes és fordított arányosság felismerése. Törtrész, százalékkérték meghatározása. Betűk használata összefüggések leírására. Egyszerű egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása: próbálgatás, következtetés, lebontogatás, mérlegelv - ismerkedés a megoldási módszerekkel. Szövegértés fejlesztése – szöveges feladatok.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Két szám aránya. Az arány fogalma – mindennapi életből vett példákon keresztül. Arányos osztás. Szöveges feladatok mennyiségek adott arányban való felosztására. Egyenes arányosság. Fordított arányosság. Táblázatok, grafikonok elemzése arányosság szempontjából.		<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> vásárlás, takarékoság. <i>Természetismeret:</i> változások a környezetünkben; táblázatok, grafikonok.
Törtrész. A törtrész kiszámítása következtetéssel és törtek használatával. Az egészrész meghatározása. Százalékszámítás: Százalékkérték, százalékalap, százalékláb. Százalékszámítás arányos következtetéssel.		<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> áremelkedés, árendmény, családi gazdálkodás, takarékoság.
Egyenlet, azonosság, egyenlőtlenség. Alaphalmaz, megoldás, ellenőrzés. Mérlegelv. Az összefüggések megértése. Alaphalmaz felismerése. Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása próbálgatással, lebontogatással, következtetéssel, mérlegelvel. A megoldás ábrázolása számegyenesen. Szövegértés, a nyelv logikai elemeinek helyes használata. A kapott eredmény értékelése, ellenőrzése.		
Szöveges feladatok. Adatok meghatározása, terv készítése, becslés, egyenlet, megoldás, válasz, ellenőrzés. Az ismeretlen mennyiség jelölésére kezdetben jelet, majd betűt használhatunk. A megoldást segítése ábrával. Önellenőrzés igénye és képessége.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Arány, arányos osztás, egyenes arányosság, fordított arányosság, törtrész, százalék, egyenlet, azonosság, egyenlőtlenség, alaphalmaz, megoldás, mérlegelv.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Geometria (geometriai alapfogalmak)	Órakeret 14 óra
Előzetes tudás	Pont, egyenes, görbe vonalak szemléletes fogalma. Párhuzamos és metsző egyenesek. Háromszög, négyzet, téglalap, sokszög felismerése, jellemzőik, előállításuk másolással, hajtogatással, nyírással. Körvonal és körlap. Kocka, téglatest, gömb felismerése a mindennapi életben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tételek fogalmának elmélyítése – környezetünk tárgyainak vizsgálata. Távolság szemléletes fogalma, meghatározása. Körző, vonalzó, szögmérő használata, szerkesztés. Esztétikai érzék fejlesztése. Sokszögek belső és külső szögeinek mérése, szögek összegének meghatározása. Kör vizsgálata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Ponthalmazok távolsága. Két pont, pont és egyenes, távolsága. Két egyenes távolsága. Kitérő egyenesek.		<i>Technika, életvitel és gyakorlat: vízszintező, mérőon.</i>
Geometriai szerkesztés. A ceruza, vonalzó, körző használata. Díszítőminták szerkesztése körzővel, vonalzóval.		
Háromszögek: csúcs, belső szög, külső szög. A háromszög belső és külső szögeinek összege. Háromszögek szögeinek meghatározása méréssel. Hegyesszögű, derékszögű, tompaszögű háromszög. Egyenlőszárú háromszög, egyenlő oldalú háromszög. Háromszögek szerkesztése. Háromszög-egyenlőtlenség.		<i>Informatika: geometriai szerkesztőprogram használata.</i>
Sokszögek. Speciális négyszögek ismerete: négyzet, téglalap, trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, rombusz, deltoid. A sokszög belső és külső szögeinek összege.		
Kör. Sugár, átmérő, húr, szelő, érintő. Körív, körcikk, körszelet. A fogalmak felismerése környezetünk tárgyain. Díszítőminták szerkesztése körzővel.		<i>Hon- és népismeret: népművészeti motívumok.</i>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Kör, gömb, sugár, átmérő, húr, szelő, érintő, körív, körcikk, körszelet. Trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, rombusz, deltoid. Hegyesszögű háromszög, derékszögű háromszög, tompaszögű háromszög.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. Geometria (tengelyes tükrözés)	Órakeret 14 óra
Előzetes tudás	Tükrös alakzatok és tengelyes szimmetria előállítása hajtogatással, nyírással, rajzzal, színezéssel.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Szimmetria felismerése a természetben, építészetben, művészetben. A tengelyes tükrözés végrehajtása. Szerkesztés. Alakzatok csoportosítása tengelyes szimmetria szempontjából.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A síktükör képképzése.		<i>Vizuális kultúra: szimmetria</i>

<p>A tengelyes tükrözés. Szimmetrikus ábrák, alakzatok készítése.</p> <p>A tükörkép szerkesztése. Tükrözés körzővel, vonalzóval. Tükrözés koordináta-rendszerben.</p> <p>A tengelyes tükrözés tulajdonságai. Pont, egyenes, szög, háromszög, kör képe, irányításváltás.</p>	<p>a természetben, képzőművészetben, építészetben.</p> <p><i>Természetismeret: a siktükör.</i></p>
<p>Tengelyesen szimmetrikus alakzatok felismerése, tulajdonságainak megfogalmazása a szemlélet alapján.</p> <p>Kör. Egyenlő szárú és egyenlő oldalú háromszögek, tulajdonságai. Szerkesztési feladatok az egyenlőszárú háromszög tulajdonságai alapján.</p> <p>Tengelyesen szimmetrikus négyszögek: deltoid, rombusz, húrtrapéz, téglalap, négyzet. A kapcsolatok szemléltetése halmazábrával.</p> <p>Szabályos sokszögek.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Tengelyes tükrözés, szimmetria, egyenlő szárú háromszög, egyenlő oldalú háromszög, deltoid, rombusz, húrtrapéz.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	7. Statisztika, valószínűség	Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	Adatgyűjtés, adatok lejegyzése, diagram leolvasása. Valószínűségi játékok, kísérletek, megfigyelések - biztos, lehetetlen, lehet, de nem biztos állítások.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Adatok gyűjtése, értelmezése, jellemzése. Valószínűségi játékokon és kísérleteken keresztül a valószínűség fogalmának alapozása.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Adatok ábrázolása. Adatok gyűjtése, elemzése. Oszlopdiaagram, vonaldiagram, kördiagram elemzése.</p> <p>Átlag. Az átlag kiszámítása, értelmezése.</p>		<p><i>Természetismeret: Népeség alakulása, összetétele.</i> <i>Technika, életvitel és gyakorlat; természetismeret: lázmérés, lázgörbe.</i></p>
<p>Valószínűségi játékok. Biztos esemény, lehetetlen esemény. Esélyek mérlegelése. Adatok tervszerű gyűjtése.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Adat, grafikon, átlag, biztos esemény, lehetetlen esemény.	

<p>A fejlesztés várt eredményei a 6. évfolyam végén</p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazok megadása adott tulajdonság alapján. – Részhalmaz alkotása. – Két véges halmaz uniójának, metszetének megkeresése. – Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből és a matematika területéről, állítások igazságtartalmának eldöntése. – Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. – Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel. <p><i>Számelmélet és algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A természetes számok halmaza, a tízes számrendszer ismerete, számok írása olvasása, összehasonlítása. – Műveletek elvégzése, ellenőrzés, műveleti sorrend ismerete, zárójelek alkalmazása.
--	--

	<ul style="list-style-type: none"> - Egész számok, negatív számok ismerete, ellentett, abszolútérték meghatározása. - Törtszám, racionális szám fogalmának ismerete, törtekkel végzett műveletek elvégzése. - Számegyenes használata, koordináta-rendszer ismerete. - Mérés a gyakorlatban; mértékegységek (hosszúság, terület, űrtartalom, tömeg, idő), mérőeszközök használata; becslés. - Osztó, közös osztók, többszörös, közös többszörösök keresése, prímszám, összetett szám ismerete. Oszthatósági szabályok megfigyelése. - A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel. - A százalék fogalmának megismerése, egyszerű számítási feladatok elvégzése. - Egyszerű egyenletek, egyenlőtlenségek használata. - Egyszerű szöveges feladatok megoldása. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Térelemek felismerése környezetünk tárgyain, pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögterület. - Szerkesztések elvégzése, körző, vonalzó használata. Szakasz másolása, szög másolása, szakaszfelezés, szögfelezés, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése. - Háromszögek, négyszögek, sokszögek. - Kerület és terület mérése, mértékegységeinek ismerete, átváltása. - Téglalap felszínének, térfogatának számítása. - Szakaszfelező merőlegesek, szögfelezők szerkesztése. - Tengelyes tükrözés végzése, tengelyes szimmetria tulajdonságainak ismerete. <p><i>Sorozatok, függvények</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. - Egyszerű grafikonok értelmezése. <p><i>Statisztika, valószínűség</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása. - Néhány szám számtani közepének kiszámítása. - Valószínűségi játékok és kísérletek végzése, az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése.
--	---

7. évfolyam

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 5 óra
Előzetes tudás	Halmaz megadása, részhalmaz, egyesítés, metszet, halmazábra. Logikai állítások – igaz, hamis állítások. Néhány elem sorba rendezése, kiválasztása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmazszemlélet fejlesztése, halmazműveletek alkalmazása. A hétköznapi beszédben használt logikai elemek felismerése, helyes használata. Szövegértés, gondolataink lefordítása a matematika nyelvére. Kombinatorikus gondolkodás fejlesztése, tapasztalatszerzés.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Halmazok Két halmaz különbsége. Komplementer halmaz. Csoportosítás, válogatás különböző szempontok szerint. Számhalmazok és pont-halmazok használata, a halmazműveletek alkalmazása.		<i>Informatika;</i> információgyűjtés.
Kombinatorika.		

Sorbarendezési feladatok. Kiválasztási feladatok. A korábban megismert módszerek, stratégiák alkalmazása.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Két halmaz különbsége, komplementer halmaz.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra (racionális számok)	Órakeret 17 óra
Előzetes tudás	Számhalmazok: természetes, egész, racionális – négy alapművelet elvégzése ezeken a halmazokon. Számegyenes használata. Műveleti tulajdonságok, zárójelek használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. A mennyiségi jellemzők kifejezése számokkal, a számok értelmezése a valóság mennyiségeivel. A számfogalom elmélyítése: a számegyenes – a valós számok.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Műveletek racionális számokkal. A negatív szám és a racionális szám fogalmának elmélyítése. Összevonás gyakorlása a racionális számok halmazában. Szorzás és osztás gyakorlása a racionális számok halmazában. A zárójelek használata, műveletek sorrendje. Műveletek tulajdonságainak felismerése és alkalmazása.		
Hatványozás. A hatvány jelölése: alap, kitevő, hatványérték. Hatványozás azonosságai. Számolás 2, 3, 5, 10 hatványaival – a hatványozás azonosságainak „felfedezése”. Azonos alapú hatványok szorzata, hányadosa. Szorzat, hányados hatványozása. Hatvány hatványozása.		<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz: a tér, az anyagmennyiség, az idő mértéke normálalakban.</i>
Arány, arányosság. Százalékszámítás. Feladatmegoldás: a korábban tanult módszerek elmélyítése.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Racionális szám, hatványalap, kitevő, normálalak, valós szám, arány, százalék.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Számelmélet, algebra (oszthatóság)	Órakeret 13 óra
Előzetes tudás	Osztó, többszörös felismerése, meghatározása. Oszthatósági szabályok. Prímszám, összetett szám, prímtényezős felbontás. Közös osztók, közös többszörösök felismerése kis számok esetében, alkalmazásuk törtekkel végzett műveletekben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Periodikus jelenségek megfigyelése. Prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös magadása hatványok segítségével.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Osztó, többszörös. Oszthatósági szabályok. Számolás a maradékokkal. Összetett oszthatósági szabályok: pl. 6-tal, 12-vel.		<i>Fizika; vizuális kultúra: periodikusan ismétlődő jelenségek, minták.</i>

<p>Prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás. A prímtényező felbontást hatványok segítségével adjuk meg. Számelméleti alapú játékok. Tökéletes szám. <i>Matematikatörténet:</i> Mersenne, Euler, Fermat munkássága. Érdekességek a prímszámok köréből (végtelen sok prímszám van, ikerprímsejtés, barátságos számok fogalma és története). Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, relatív prímek. A legnagyobb közös osztó, a legkisebb közös többszörös meghatározása. Felhasználás törtek egyszerűsítése, törtek bővítése során.</p>	
<p>Számrendszerek. A hatványjelölés használata a helyiértékes felírásban.</p>	<i>Informatika:</i> 2-es számrendszer.
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	Osztó, maradék, többszörös, prímszám, összetett szám, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, relatív prím, számrendszer.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Számelmélet, algebra (algebrai kifejezések, egyenletek, egyenlőtlenségek)	Órakeret 22 óra
Előzetes tudás	Jelek, szimbólumok és betűk használata a beszédben és a matematikai szövegekben található összefüggések leírására. Egyszerű egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. A megoldás ábrázolása számegyenesen. A módszerek alkalmazása egyszerű szöveges feladatokban.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Szövegértés fejlesztése, betűk, képletek használata. A műveleti tulajdonságok alkalmazása algebrai kifejezésekre. A probléma megfogalmazása a matematika nyelvén. Az alaphalmaz megadása. Algebrai átalakítások használata a megoldás során.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Algebrai kifejezések: változó, együttható. Helyettesítési érték. Algebrai egész- és törtkifejezések. Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel – példák a hétköznapi életből és a matematika területéről. Képletek értelmezése.</p>	<i>Fizika:</i> definíciók, kölcsönhatások, változások megfogalmazása képletek segítségével.
<p>Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek algebrai megoldása. Azonosság.</p>	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> Szövegértés, a nyelv logikai elemeinek helyes használata. A kapott eredmény értékelése.
<p>Szöveges feladatok. Számok, mennyiségek közötti összefüggések felírása egyenlettel, egyenlőtlenséggel. Pénzügyi ismeretek: áremelkedés, árendedmény, kamat.</p>	<i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> hitel, betét, kamat, tőke.
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	Változó, együttható, helyettesítési érték, zárójelfelbontás, kiemelés. Egyenlet, változó, egyenlőtlenség, azonosság, mérlegetlv.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Geometria (geometriai transzformációk)	Órakeret 19 óra
Előzetes tudás	Tengelyes tükrözés. tengelyesen szimmetrikus alakzatok, háromszögek, négyszögek, szabályos sokszögek, kör. Szimmetrikus ábrák rajzolása, szerkesztése, szimmetrikus alakzatok építése.	

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Geometriai transzformációk megadása és elvégzése változatos szabállyal. A transzformációk tulajdonságainak felismerése. Egybevágóság és hasonlóság felismerése környezetünkben, esztétikai érzék fejlesztése.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Pont-pont függvények.</p> <p>Egybevágósági transzformációk szerkesztése:</p> <ul style="list-style-type: none"> - tengelyes tükrözés; - középpontos tükrözés; - eltolás. <p>A transzformációk elvégzése körzővel, vonalzóval. A transzformációk tulajdonságainak felismerése.</p> <p>A vektor – irányított szakasz. Távolságtartás, szögtartás, alakzat és képeinek irányítása.</p>		<i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram.
<p>Párhuzamos szárú szögek:</p> <ul style="list-style-type: none"> - egyállású szögek. - társszögek. - mellékszögek. <p>Fordított állású szögek:</p> <ul style="list-style-type: none"> - csúcshszögek. - váltószögek. <p>Merőleges szárú szögek. A szögparok felismerése. Szögmérés gyakorlása.</p>		
<p>Az egybevágóság szemléletes fogalma. A háromszögek egybevágóságának vizsgálata, alapesetek. Egybevágóságon alapuló számítási, szerkesztési feladatok <i>Matematikatörténet:</i> Eukleidész – Elemek; Bolyai Farkas, Bolyai János.</p>		
<p>Tengelyesen szimmetrikus alakzatok. Középpontosan szimmetrikus alakzatok. Szimmetrián alapuló játékok. Szimmetrikus alakzatok felismerése, szerkesztése. Szimmetrikus alakzatok, sokszögek csoportosítása, halmazábra készítése.</p>		<i>Vizuális kultúra:</i> díszítőminták.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Geometriai transzformáció, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, eltolás, vektor, egyállású szög, váltószög, csúcshszög, egybevágóság.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. Geometria (sík-, és térgeometria)	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Tételek, illeszkedésük, szögek. A háromszög belső és külső szögeinek összege. Háromszög-egyenlőtlenség. Sokszögek, csúcs, oldal, átlók, belső és külső szögek. Geometriai szerkesztés, körző, vonalzó, szögmérő használata. Tételek, kölcsönös helyzetük. Testek építése szemléltetése, csúcs, él, lap, átló fogalma. Testek felismerése a környezetünkben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Négyzetek csoportosítása különböző szempontok alapján. Az igény felkeltése az állítások megsejtésére, megfogalmazására, bizonyítására. Számítási feladatok elvégzése a geometria területéről – a lépések átgondolása, megtervezése. A tételekhez kapcsolódó fogalmak elmélyítése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Speciális négyzetek definíciója, tulajdonságai, nevezetes vonalai, szerkesztése. Paralelogramma, rombusz, trapéz, húrtrapéz, deltoid. Sokszögek.		<i>Informatika:</i> geometriai szerkesztő program

Belső és külső szögek összege. Átlók száma.	használata.
Mérés. Mértékegységek. Hosszúság, terület, idő, űrtartalom mérése. Mértékegységek átváltásának gyakorlása.	
Sokszögek kerülete, területe. A háromszög, paralelogramma, rombusz, trapéz, deltoid kerülete, területe.	
Egyenes hasáb – alaplap, oldallap, alapél, oldalél, magasság, lapátló, testátló. Kocka, négyzetes oszlop, téglatest. Szabályos testek.	
Felszín, térfogat. Egyenes hasáb hálójá, felszíne, térfogata. Egyenes henger hálójá, felszíne, térfogata.	<i>Vizuális kultúra:</i> építészeti formák.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szögfelező, oldalfelező merőleges, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, kör, kerület, terület, mértékegység. Alaplap, oldalél, lapátló, testátló, hasáb, henger.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	7. Függvény, sorozat	Órakeret 18 óra
Előzetes tudás	Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Egyszerű grafikonok értelmezése, egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben. Egyenesen arányos mennyiségek.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvények megadása, jellemzése. A mindennapi életből vett kapcsolatok leírása függvényekkel. Néhány függvénytípus megfigyelése, használata. Függvények ábrázolása értéktáblázat használatával.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Hozzárendelés megadása. Táblázat, grafikon használata. Példák egyértelmű, többértelmű hozzárendelésekre. Függvények értelmezése. Az alapfogalmak felismerése, alkalmazása gyakorlati problémákban. Függvényvizsgálat (értékkészlet, zérushely, monotonitás, szélsőérték). Grafikonról való leolvasás.		
Az egyenes arányosság és grafikonja. Lineáris függvény: – elsőfokú függvény, – nulladfokú függvény, A lineáris függvény meredeksége. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedeztetése.		<i>Fizika; kémia:</i> egyenesen arányos mennyiségek.
Fordított arányosság: $x \mapsto \frac{a}{x} (x \neq 0)$		<i>Fizika:</i> Boyle–Mariotte-törvény.
Sorozatok vizsgálata. A sorozat mint speciális függvény. Sorozatok készítése, vizsgálata. A számtani sorozat. A számtani sorozat megadása az első taggal és a differenciával. Az első n tag összegének kiszámítása Gauss-módszerrel.		

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény, értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, egyenes arányosság, fordított arányosság, sorozat, számtani sorozat, differencia. Függvénytranszformáció, lineáris függvény, elsőfokú függvény, nulladfokú függvény.
------------------------------------	---

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	8. Statisztika, valószínűség		Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Adatok gyűjtése. Grafikonok elemzése. Átlag. Valószínűségi játékok.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Adathalmazok elemzése, értelmezése, ábrázolásuk. A valószínűség meghatározása egyszerű esetekben.		
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok	
Adatok gyűjtése, elemzése, becslés. Táblázat, vonaldiagram, oszlopdiaagram, kördiagram. Adathalmazok szemléltetése táblázat és diagramok segítségével. A célszerű diagram típusának kiválasztása.		<i>Informatika:</i> táblázatos adattárolás, grafikus adatábrázolás.	
Gyakoriság, relatív gyakoriság. A relatív gyakoriság számolása. Mire lehet következtetni a relatív gyakoriságból?			
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Táblázat, diagram, gyakoriság, relatív gyakoriság.		

A fejlesztés várt eredményei a 7.évfolyam végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok (természetes, egész, racionális) ismerete. – Egyszerű állítások igazságtartalmának eldöntése, állítások tagadása. – Egyszerű sorbarendezési, leszámítási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének elmondása, leírása. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Az egész számok és a racionális számok fogalmának ismerete, alpműveletek helyes sorrendű elvégzése. – Műveletek egész kitevőjű hatványokkal, a hatványozás azonosságainak használata feladatmegoldásban. Számolás normálalakkal. – Az egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása matematikai és hétköznapi feladatokban. A mindennapjainkhoz kapcsolódó százalékszámítási feladatok megoldása. – Az oszthatósággal kapcsolatos definíciók ismerete, egyszerű oszthatósági problémák vizsgálata. – Algebrai egész kifejezések összevonása, szorzása. – Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldási módszereinek használata. Szöveges feladatok értelmezése, összefüggések lefordítása a matematika nyelvére. – Számológép használata. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Háromszögek szögei és oldalai közötti összefüggések ismerete és alkalmazása. Négyszögek belső és külső szögeire vonatkozó összefüggések ismerete. – Egybevágósági transzformációk felismerése, tulajdonságainak ismerete. Egybevágó alakzatok felismerése. – A négyszögek több szempont szerinti összehasonlítása, csoportosítása, tulajdonságainak ismerete. Speciális négyszögek nevezetes vonalainak ismerete. – A vektor fogalmának ismerete.
--	---

	<ul style="list-style-type: none"> – Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, meghatározása méréssel, számolással. Mértékegységek ismerete, átváltása. – Háromszög és négyszög alapú egyenes hasábok, valamint a forgáshenger felismerése, jellemzése, felszínének és térfogatának számítása. Mértékegységek ismerete, átváltása. Térszemlélet fejlődése. <p><i>Függvények, az analízis elemei</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete, grafikonról való leolvasása. – A lineáris függvény, a fordított arányosság függvényének ismerete (tulajdonságok, grafikon). – Egylépéses függvénytranszformációk végrehajtása (eltolás, tükrözés az x tengelyre.). – Sorozatok folytatása adott szabály szerint. Sorozatok néhány jellemzőjének vizsgálata. – A számtani sorozat felismerése. <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása. <p>Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.</p>
--	---

8. évfolyam

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 6 óra
Előzetes tudás	Halmaz megadása, részhalmaz, egyesítés, metszet, halmazábra. Logikai állítások – igaz, hamis állítások. Néhány elem sorba rendezése, kiválasztása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmazszemlélet fejlesztése, halmazműveletek alkalmazása. A hétköznapi beszédben használt logikai elemek felismerése, helyes használata. Szövegértés, gondolataink lefordítása a matematika nyelvére. Kombinatorikus gondolkodás fejlesztése, tapasztalatszerzés.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Halmazok Számhalmazok és ponthalmazok használata, a halmazműveletek alkalmazása. <i>Matematikatörténet:</i> Cantor – ismeretek gyűjtése könyvtárból, internetről.		<i>Informatika;</i> információgyűjtés.
Matematikai logika. Logikai állítások és azok tagadása. Van olyan, létezik... Állítás és tagadás a hétköznapi szóhasználatban. Definíció, tétel kimondása. A bizonyítás igénye és módszerei a matematikában. A lényeges és lényegtelen megkülönböztetése. Kulturált érvelés a csoportmunkában. A gondolatok pontos szóbeli és írásbeli megfogalmazása.		<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> kommunikációs helyzetek; szövegalkotás.
Kombinatorika. Szemléltetés gráfokkal. A korábban megismert módszerek, stratégiák alkalmazása: szisztematikus		

próbálkozás, esetek rendszerezése gráffal is. Hatványok használata az eredmény leírására.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Gráf.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra (racionális számok)	Órakeret 28 óra
Előzetes tudás	Számhalmazok: természetes, egész, racionális – négy alpművelet elvégzése ezeken a halmazokon. Számegyenes használata. Műveleti tulajdonságok, zárójelek használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. A mennyiségi jellemzők kifejezése számokkal, a számok értelmezése a valóság mennyiségeivel. A számfogalom elmélyítése: a számegyenes – a valós számok.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Műveletek racionális számokkal. Szorzás és osztás gyakorlása a racionális számok halmazában. A zárójelek használata, műveletek sorrendje. Műveletek tulajdonságainak felismerése és alkalmazása.		
Hatványozás. A hatvány jelölése: alap, kitevő, hatványérték. Hatványozás azonosságai. A 0 és negatív egész kitevőjű hatvány. Számok normálalakja. Nagy és kis számok írása. Kerekítés, pontosság. A mennyiségek nagyságrendjének becslése.		<i>Fizika; kémia; biológia- egészségtan; földrajz: a tér, az anyagmennyiség, az idő mértéke normálalakban.</i>
Számok négyzete, négyzetgyöke. Négyzetgyök meghatározása számológéppel. Pitagorasz tétele, $\sqrt{2}$ szerkesztése. Racionális számok tizedestört alakja. Létezik nem racionális szám is. Vannak végtelen nem szakaszos tizedestörtek is. A $\sqrt{2}$, a π irracionális. Valós számok elhelyezése a számegyenesen. Néhány irracionális szám pontos helyének megszerkesztése a számegyenesen.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Normálalak, négyzetgyök, valós szám.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Számelmélet, algebra (algebrai kifejezések, egyenletek, egyenlőtlenségek)	Órakeret 27 óra
Előzetes tudás	Jelek, szimbólumok és betűk használata a beszédben és a matematikai szövegekben található összefüggések leírására. Egyszerű egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. A megoldás ábrázolása számegyenesen. A módszerek alkalmazása egyszerű szöveges feladatokban.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Szövegértés fejlesztése, betűk, képletek használata. A műveleti tulajdonságok alkalmazása algebrai kifejezésekre. Ábra, rajz, táblázat alkalmazása az összefüggések szemléltetésére. Az ellenőrzés és becslés igénye - önellenőrzés fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Algebrai kifejezések: változó, együttható. Helyettesítési érték. Algebrai egész- és törtkifejezések.		<i>Fizika:</i> definíciók, kölcsönhatások, változások megfogalmazása képletek segítségével.
Egynemű, különemű algebrai kifejezések. Egynemű kifejezések összevonása. Változók, együtthatók felismerése. <i>Matematikatörténet:</i> az algebra kezdetei, az arab matematika. Kutatómunka könyvtár, internet használatával.		
Műveletek többtagú egész algebrai kifejezésekkel. Többtagú kifejezés szorzása többtagú kifejezésekkel - zárójelfelbontás, előjelszabályok. Többtagú kifejezés szorzattá alakítása kiemeléssel, osztása egytagú kifejezéssel.		
Nevezetes azonosságok: $(a + b)^2$; $(a - b)^2$; $(a + b)(a - b)$. Azonosságok szemléltetése területtel.		
Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek algebrai megoldása. Azonos egyenlőtlenség. Egyenletmegoldás grafikusan.		<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> Szövegértés, a nyelv logikai elemeinek helyes használata. A kapott eredmény értékelése.
Szöveges feladatok. A megoldás folyamata: adatok lejegyzése, megoldási terv, becslés, ellenőrzés. Típusfeladatok egyszerű példákkal: <ul style="list-style-type: none"> - számok helyi értékével kapcsolatos feladatok; - geometriai számításokkal kapcsolatos feladatok; - fizikai számításokkal kapcsolatos feladatok; - százalékszámítási feladatok (leértékelés, béremelés, kamatszámítás stb); - keverési feladatok; - együttes munkavégzéssel kapcsolatos feladatok. 		<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> gyakori szövegtípusok megértési stratégiái. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> hitel, betét, kamat, tőke.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Változó, egynemű kifejezés, összevonás, zárójelfelbontás, kiemelés.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria (geometriai transzformációk)	Órakeret 13 óra
Előzetes tudás	Tengelyes tükrözés. tengelyesen szimmetrikus alakzatok, háromszögek, négyszögek, szabályos sokszögek, kör. Szimmetrikus ábrák rajzolása, szerkesztése, szimmetrikus alakzatok építése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Geometriai transzformációk megadása és elvégzése változatos szabállyal. A transzformációk tulajdonságainak felismerése. Egybevágóság és hasonlóság felismerése környezetünkben, esztétikai érzék fejlesztése.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Pont-pont függvények. Egybevágósági transzformációk ismétlése. A transzformációk elvégzése körzővel, vonalzóval. A transzformációk tulajdonságainak felismerése. Távolságtartás, szögtartás, alakzat és képenek irányítása.		<i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram.

Középpontos nagyítás, kicsinyítés elvégzése. A középpontos hasonlóság tulajdonságainak felismerése: aránytartás, szögtartás, alakzat és képeinek irányítása.	<i>Földrajz:</i> térképi ábrázolás.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Geometriai transzformáció, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, eltolás, vektor, egyállású szög, váltószög, csúcsház, egybevágóság, kicsinyítés, nagyítás.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Geometria (sík-, és téreometria)	Órakeret 23 óra
Előzetes tudás	Tételek, illeszkedésük, szögek. A háromszög belső és külső szögeinek összege. Háromszög-egyenlőtlenség. Sokszögek, csúcs, oldal, átlók, belső és külső szögek. Geometriai szerkesztés, körző, vonalzó, szögmérő használata. Testek építése szemléltetése, csúcs, él, lap, átló fogalma. Testek felismerése a környezetünkben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Az igény felkeltése az állítások megsejtésére, megfogalmazására, bizonyítására. Számítási feladatok elvégzése a geometria területéről – a lépések átgondolása, megtervezése. Kör és részeinek vizsgálata. Tetraéder, gúla, kúp, gömb leírása, jellemzőinek mérése, felszín-, térfogat-számítási problémák megoldása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Háromszögek nevezetes vonalai, pontjai, körei. Oldalfelező merőlegesek – a háromszög köré írható kör. Szögfelezők – a háromszög beírható köre. Magasságok – magasságpont. Súlyvonalak – súlypont. Középvonalak.		<i>Informatika:</i> geometriai szerkesztő program használata.
Pitagorasz tétele. A tétel és megfordításának kimondása. Számítási és egyszerű bizonyítási feladatok. Thalész tétele. A kör érintői. <i>Matematikatörténet:</i> Pitagorasz és Thalész.		
A kör és részei. A kör kerülete, területe. A kerület közelítése méréssel. A terület közelítése átdarabolással. Körív hossza. Körcikk területe. Arányossági következtetések.		<i>Vizuális kultúra:</i> a kör mint díszítőelem.
Sokszöglapokkal határolt testek. Környezetünk tárgyainak megfigyelése.		
Felszín, térfogat. Gúla hálóját, felszíne, térfogata. Tetraéder.		<i>Vizuális kultúra:</i> építészeti formák.
A kúp. Kúp származtatása, alaplappal, alkotó, palást. Egyenes körkúp felszíne, térfogata. Képlet ismerete pontos levezetés nélkül.		
A gömb. A gömb felszíne, térfogata. Képlet ismerete pontos levezetés nélkül.		

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szögfelező, oldalfelező merőleges, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, kör, kerület, terület, mértékegység, gúla, kúp, gömb.
------------------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. Függvény, sorozat		Órakeret 15 óra
Előzetes tudás	Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Egyszerű grafikonok értelmezése, egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben. Egyenesen arányos mennyiségek.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvények megadása, jellemzése. A mindennapi életből vett kapcsolatok leírása függvényekkel. Néhány függvénytípus megfigyelése, használata. Függvények ábrázolása értéktáblázat használatával.		
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok	
Függvények értelmezése. Az alapfogalmak felismerése, alkalmazása gyakorlati problémákban. Grafikonról való leolvasás.			
Az abszolútérték-függvény: $x \mapsto x $. A másodfokú függvény: $x \mapsto x^2$. Számítógép használata függvények ábrázolására.			
Függvénytranszformációk. Az abszolútérték és a másodfokú függvény transzformációja egyszerű esetekben: x tengely menti eltolás, y tengely menti eltolás, x tengelyre vonatkozó tükrözés. <i>Matematikatörténet:</i> René Descartes.		<i>Informatika:</i> számítógépes program használata függvények ábrázolására.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény, értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, egyenes arányosság, fordított arányosság, sorozat, számtani sorozat, differencia. Függvénytranszformáció, lineáris függvény, elsőfokú függvény, nulladfokú függvény, abszolútérték-függvény, másodfokú függvény.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	7. Statisztika, valószínűség		Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	Adatok gyűjtése. Grafikonok elemzése. Átlag. Valószínűségi játékok.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Adathalmazok elemzése, értelmezése, ábrázolásuk. A valószínűség meghatározása egyszerű esetekben.		
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok	
Adatok gyűjtése, elemzése, becslés. Táblázat, vonaldiagram, oszlopdiaagram, kördiagram. Középértékek (számtani közép, módusz, medián) számolása, megállapítása. A középértékek segítségével az adatok elemzése, következtetések levonása.		<i>Informatika:</i> táblázatos adattárolás, grafikus adatábrázolás.	
A valószínűség szemléletes fogalma. A valószínűség kiszámítása egyszerűbb esetekben – a valószínűség klasszikus modellje. Galton-deszka.			
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Táblázat, diagram, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, középérték, módusz, medián.		

<p>A fejlesztés várt eredményei 8. évfolyam végén</p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok (természetes, egész, racionális) ismerete. – A nyelv logikai elemeinek tudatos szerepeltetése a feladatok megoldása során. Egyszerű állítások igazságtartalmának eldöntése, állítások tagadása. – Egyszerű sorbarendezési, leszámhlási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének elmondása, leírása. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Az egész számok és a racionális számok fogalmának ismerete, alpműveletek helyes sorrendű elvégzése. – Műveletek egész kitevőjű hatványokkal, a hatványozás azonosságainak használata feladatmegoldásban. Számolás normálalakkal. – Az egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása matematikai és hétköznapi feladatokban. A mindennapjainkhoz kapcsolódó százalékszámítási feladatok megoldása. – Az oszthatósággal kapcsolatos definíciók ismerete, egyszerű oszthatósági problémák vizsgálata. – Algebrai egész kifejezések összevonása, szorzása. – Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldási módszereinek használata. Szöveges feladatok értelmezése, összefüggések lefordítása a matematika nyelvére. – Számológép használata. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Háromszögek szögei és oldalai közötti összefüggések ismerete és alkalmazása. Négyszögek belső és külső szögeire vonatkozó összefüggések ismerete. – Háromszögek nevezetes vonalainak, pontjainak, köreinek meghatározása, megszerkesztése. – Háromszögszerkesztések lépéseinek leírása, a szerkesztések elvégzése. – Egybevágósági transzformációk és középpontos hasonlóság felismerése, tulajdonságainak ismerete. Egybevágó és hasonló alakzatok felismerése. – A négyszögek több szempont szerinti összehasonlítása, csoportosítása, tulajdonságainak ismerete. Speciális négyszögek nevezetes vonalainak ismerete. – A Pítágorasz-tétel és Thalész-tétel egyszerű alkalmazásai. – A vektor fogalmának ismerete. – Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, meghatározása méréssel, számolással. Mértékegységek ismerete, átváltása. – Háromszög és négyszög alapú egyenes hasábok, valamint a forgáshenger felismerése, jellemzése, felszínének és térfogatának számítása. Mértékegységek ismerete, átváltása. A forgáskúp, a gömb felismerése. Térszemlélet fejlődése. <p><i>Függvények, az analízis elemei</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete, grafikonról való leolvasása. – A lineáris függvény, az abszolútérték-függvény, a másodfokú függvény, a fordított arányosság függvényének ismerete (tulajdonságok, grafikon). – Egylépéses függvénytranszformációk végrehajtása (eltolás, tükrözés az x tengelyre.). – Sorozatok folytatása adott szabály szerint. Sorozatok néhány jellemzőjének vizsgálata. – A számtani sorozat felismerése.
--	---

	<p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása. – Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése. – Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása. – A véletlen jelenségek tudatos megfigyelése, tapasztalatok levonása, ezek alapján a valószínűségi szemlélet fejlődése.
--	---

9. évfolyam

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 16 óra
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközzellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Véges és végtelen halmazok. Végtelen számosság szemléletes fogalma. <i>Matematikatörténet: Cantor.</i>	Annak megértése, hogy csak a véges halmazok elemszáma adható meg természetes számmal.	
Részhalmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Halmazok közötti viszonyok megjelenítése.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése. <i>Biológia-egészségtan:</i> halmazműveletek alkalmazása a rendszertanban. <i>Kémia:</i> anyagok csoportosítása.
Alaphalmaz és komplementer halmaz. Logikai szita	Annak tudatosítása, hogy alaphalmaz nélkül nincs komplementer halmaz. Halmaz közös elem nélküli halmazokra bontása jelentőségének belátása.	<i>Biológia-egészségtan:</i> élőlények osztályozása; besorolás közös rész nélküli halmazokba.
A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok. A számírás története.	A megismert számhalmazok áttekintése. Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegegyenesen.	<i>Informatika:</i> számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezelővel). <i>Hit- és erkölcsstan:</i> számok és mértékegységek a Bibliában.
Valós számok halmaza. Az intervallum fogalma, fajtái. Irracionális szám létezése. Műveletek intervallumokkal.	Annak tudatosítása, hogy az intervallum végtelen halmaz.	
Távolsággal megadott ponthalmazok,	Ponthalmazok megadása ábrával.	<i>Vizuális kultúra:</i> a tér ábrázolása.

adott tulajdonságú ponthalmazok (kör, gömb, felező merőleges, szögfelező, középpárhuzamos).	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (például két feltétellel megadott ponthalmaz).	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> egészséges életmódra és a családi életre nevelés.
A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Nyitott mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai.	A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Halmazok eszközjellegű használata.	
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon).	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétel.
Állítás és megfordítása.	Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.	
Bizonyítás.	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás	<i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.

	gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapokból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámolás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban. Sorbarendezési és kiválasztási problémák megoldása az esetek felsorolásával, logikus csoportosítással.	Rendszerezés: az esetek összeszámolásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).	<i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.
A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, foksám). Egyszerű hálózat szemléltetése.	Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	<i>Kémia:</i> molekulák térszerkezete. <i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> pl. családfa. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> közlekedés.
Kulcsfogalmak/fogalmak	Unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Gráf csúcsa, éle, csúcs foksáma. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. „Ha ..., akkor ...”). Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra		Órakeret 48 óra
Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Számelmélet elemei.	A tanult oszthatósági szabályok	<i>Magyar nyelv és</i>	

<p>A tanult oszthatósági szabályok. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímek. A számelmélet alaptétele.</p> <p><i>Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek:</i> (pl. végtelen sok prímszám létezik, tökéletes számok, barátságos számok, Eukleidész. Mersenne, Euler, Fermat)</p>	<p>rendszerezése. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével.</p> <p>Egyszerű oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása.</p> <p>Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása.</p>	<p><i>irodalom:</i> érvelés.</p>
<p>Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.</p>	<p>Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése.</p>	
<p>A hatványozás azonosságai.</p>	<p>Korábbi ismeretekre való emlékezés.</p>	
<p>Számok abszolút értéke. Műveletek racionális számokkal, a racionális számok különféle alakjai, százalékszámítás.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Debreceni Aritmetika</p>	<p>Egyenértékű definíció (távolsággal adott definícióval).</p>	<p><i>Fizika:</i> hőmérséklet, elektromos töltés, áram, feszültség előjeles értelmezése.</p>
<p>Különböző számrendszerek. Váltás a tízes és más alapú számrendszerek között. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Neumann János.</p>	<p>A különböző számrendszerek egyenértékűségének belátása.</p>	<p><i>Informatika:</i> kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei.</p>
<p>Számok normálalakja.</p>	<p>Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás normálalakokkal írásban és számológép segítségével.</p> <p>A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> tér, idő, nagyságrendek – méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig; szennyezés, környezetvédelem.</p>
<p>Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata.</p>	<p>Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása.</p>	
<p>Szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Maróthi György</p>	<p>Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele).</p> <p>A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv).</p> <p>Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok.</p> <p><i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel.</p> <p><i>Földrajz:</i> a pénzvilág működése.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tudatos élelmiszer-választás, becslések, mérések, számítások.</p>

		<i>Társadalmi, állampolgári és gazdasági ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.
Polinom fogalma, rendezettség, fokszám. Összeg- és szorzat alak fogalma. $(a \pm b)^2$, polinom alakja, a^2-b^2 szorzat alakja. Azonosság fogalma. Teljes négyzetté alakítás	Ismeretek tudatos memorizálása (azonosságok). Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.	<i>Fizika:</i> számítási feladatok megoldása (pl. munkatétel).
Egyszerű feladatok polinomok, illetve egyszerű algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya.	Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, műveletek törtekkel).	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok.
Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai kifejezések egyszerűbb alakra hozása.	Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, műveletek törtekkel).	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok.
Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből. Paraméter és változó fogalma.	A képlet értelmének, jelentőségének belátása. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.	<i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése.
Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek megoldása Algebrai törtes egyenlet megoldása. (A számláló és a nevező is lineáris.)	Az alaphalmaz jelentősége, feltételek figyelembe vétele, az eredmény lehetségségének vizsgálata.	
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (behelyettesítő módszer, ellentett együtthatók módszere).	<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika.
Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok.	A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, egyenlőtlenség, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika. <i>Kémia:</i> százalékos keverési feladatok.
Egyszerű algebrai törtes egyenlőtlenség megoldása. (A számláló és a nevező is lineáris.)		
Egy abszolútértéket tartalmazó egyenletek. $ x + c = ax + b$.	Definíciókra való emlékezés.	
A négyzetgyökvonás definíciója. A négyzetgyökvonás azonosságai.	Számológép használata. A négyzetgyök azonosságainak használata konkrét esetekben.	<i>Fizika:</i> fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása.
Egy abszolútértéket tartalmazó egyszerű egyenlőtlenségek megoldása		

Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Hatvány. Normálalak. Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Elsőfokú egyenlet. Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer. Egyenlőtlenség.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok		Órakeret 23 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
A függvény megadása, elemi tulajdonságai. A függvény leszűkítése, kiterjesztése.	Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés táblázatkezelővel.	
A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosság. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban.	Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelően. Időben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapi életben (pl. egységár, a változás sebessége). Lineáris függvény ábrázolása paramétereinek alapján. Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében.	<i>Fizika:</i> időben lineáris folyamatok vizsgálata, a változás sebessége. <i>Kémia:</i> egyenes arányosság. <i>Informatika:</i> táblázatkezelés.	
Az abszolútérték-függvény. Az $x \mapsto ax + b $ függvény grafikonja, tulajdonságai ($a \neq 0$). $x \mapsto a x + b + c$ függvény grafikonja	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).		
A másodfokú függvény. Az $x \mapsto x^2$ függvény grafikonja, tulajdonságai. $x \mapsto a(x - u)^2 + v$ függvény grafikonja	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	<i>Fizika:</i> szabadesés	
A négyzetgyökfüggvény. Az $x \mapsto \sqrt{x}$ ($x \geq 0$) függvény grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	<i>Fizika:</i> matematikai inga lengésideje.	

A fordított arányosság függvénye. $x \mapsto \frac{a}{x}$ ($ax \neq 0$) grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	<i>Fizika:</i> ideális gáz, izoterma. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
A függvénytulajdonságok rendszerző áttekintése Függvények alkalmazása.	Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Fizika:</i> kinematika. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása. Egyenlőtlenségek grafikus megoldása a tanult függvények segítségével.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.	<i>Fizika; kémia; biológia- egészségtan; földrajz:</i> számítási feladatok.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény. Valós függvény. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőérték hely, szélsőérték. Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Lineáris kapcsolat. Meredekség. Grafikus megoldás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria		Órakeret 29 óra
Előzetes tudás	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszögek egybevágósága szemléletes alapon . Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata. Igényesség az írásbeli munkában, eredményesség és a pontosság, precizitás kapcsolata.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Geometriai alapfogalmak. Tételek, távolságok és szögek értelmezése. (Folyamatosan a 9-10. évfolyamon.)	Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése, szerepe, haszna.		
A háromszög nevezetes vonalai, körei. Oldalfelező merőlegesek, belső szögfelezők, magasságvonalak, középvonalak tulajdonságai. Körülírt kör, beírt kör. <i>Matematikatörténet:</i> például az Euler-egyenes, Feuerbach-kör bemutatása (interaktív szerkesztőprogrammal).	A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	

Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Atlók száma, belső szögek összege. Szabályos sokszög belső szöge.	Fogalmak alkotása specializálással: konvex sokszög, szabályos sokszög. A fogalmak szemléltetése Venn-diagrammal és gráffal.	
Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet. Szelő, érintő.	Fogalmak pontos ismerete.	<i>Fizika:</i> körmozgás, a körpályán mozgó test sebessége. <i>Vizuális kultúra:</i> építészeti stílusok.
A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	<i>Fizika:</i> körmozgás sebessége, szögsebessége. <i>Földrajz:</i> távolság a Föld két pontja között.
A körcikk területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között.	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	
A szög megadása fokban és ívmértékben.	Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegység-választás, mérőszám.	<i>Fizika:</i> szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás. <i>Földrajz:</i> tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás.
Thalész tétele. A matematika, mint kulturális örökség.	Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának gyakorlása.	
Pitagorasz-tétel alkalmazásai. (Koordináta-geometria előkészítése.)	Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében. Állítás és megfordításának gyakorlása.	<i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.
A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai. A geometriai vektorfogalom.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	<i>Fizika:</i> elmozdulásvektor, forgások. <i>Földrajz:</i> bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.
Egybevágóság. (Háromszögek egybevágósági esetei, alkalmazásuk problémamegoldásban.) Szimmetria.	Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata. <i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok. <i>Biológia-egészségtan:</i> az emberi test síkjai, szimmetriája.
Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint. Szabályos sokszögek.	Fogalmak alkotása specializálással.	<i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok.
Egyszerű szerkesztési feladatok.	Szerkesztési eljárások gyakorlása. Szerkesztési terv készítése, ellenőrzés. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Pontos, esztétikus munkára nevelés.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).

Vektorok összege, két vektor különbsége.	Műveleti analógiák (összeadás, kivonás).	<i>Fizika:</i> erők összege, két erő különbsége, vektormennyiség változása (pl. sebesség-változás).
Vektor szorzása valós számmal.	Új műveletfogalom kialakítása és gyakorlása.	<i>Fizika:</i> Newton II. törvénye.
Vektorok felbontása összetevőkre.	Ismeretek mozgósítása új helyzetben. Emlékezés korábbi információkra.	<i>Fizika:</i> eredő erő, eredő összetevőkre bontása.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Tér, sík, egyenes, pont. Sokszög. Háromszög, négyszög, speciális háromszög, speciális négyszög, Belső szög, külső szög, átló. Kerület, terület. Egybevágó. Szimmetria. Vektor, vektorművelet.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika		Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalma: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság, eloszlás, kördiagram, oszlopdiagram, vonaldiagram). Az egyes esetekben melyik diagramtípus használata a célszerű.	Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése. Diagramok, táblázatok olvasása, készítése. Grafikai szervezők összevetése más formátumú dokumentumokkal, következtetések levonása írott, ábrázolt és számszerű információ összekapcsolásával. Számítógép használata.	<i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). <i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.	
Adatgyűjtés , adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, Statisztikai mutatók és eljárások értelmezése, elemzése.	A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése. Nagy adathalmaz vizsgálata kevés statisztikai jellemzővel: előnyök és hátrányok.	<i>Informatika:</i> statisztikai adatelemzés.	
Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye, valószínűsége.	A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísérleti úton megadható, megbecsülhető esélye, valószínűsége. Kísérletek, játékok csoportban.	<i>Biológia-egészségtan:</i> öröklés, mutáció.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Adat. Diagram, táblázat. Módusz, medián, átlag. Véletlen kísérlet. Biztos esemény, lehetetlen esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség.		

A fejlesztés várt eredményei a 9. évfolyam végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete. – Értsék a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben.
---	--

- Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.
- Egyszerű leszámítási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.
- Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete.

Számtan, algebra

- Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek **polinomokkal**; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok.
- Elsőfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Az időszak végére elvárható **a racionális számkör biztos ismerete**, e számkörben megismert műveletek gyakorlati feladatokban való alkalmazása. **A százalékszámítás alkalmazása gyakorlati problémákban.**
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.
- A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása.
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.
- Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.
- A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Geometria

- Tételek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.
- Nevezetes ponthalmazok ismerete, szerkesztésük.
- A tanult egybevágósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.
- Egybevágó alakzatok; két egybevágó alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).
- Szimmetria ismerete, használata.
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, a tanult nevezetes vonalak, pontok, körök).
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel. Négyszögek tulajdonságainak ismerete.
- Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal. Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása **egyszerű esetben** (képlet alapján); mértékegységek ismerete. A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

Valószínűség, statisztika

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.

	<ul style="list-style-type: none"> – Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása. – A/valószínűség fogalmak ismerete a relatív gyakoriság alapján, használata. – Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jóslott” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése. – A valószínűség-számítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődött. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét.
--	--

10. évfolyam

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek		Órakeret 13 óra
Előzetes tudás	A valós számok halmazának ismerete. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Kommunikáció, együttműködés. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.		
	Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
	A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok.	A megismert számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen.	<i>Informatika:</i> számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezelővel).
	Valós számok halmaza.	Valós számok különféle formái, pontos és közelítő értékei.	
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.) Skatulya-elv.	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.		
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.		<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> egészséges életmódról és a családi életre nevelés.
A „minden” és a „van olyan” helyes használata.	A „minden” és a „van olyan” helyes használata.		

Nyitott mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai. Alaphalmaz és megoldáshalmaz kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon).	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétel.
Állítás és megfordítása. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.	Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.	
Bizonyítás. <i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	<i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámolás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban.	Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).	<i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poétizált szövegekben.
A gráffal kapcsolatos alapfogalmak alkalmazása.	Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	<i>Kémia:</i> molekulák térszerkezete. <i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> pl. családfa. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> közlekedés.
Kulcsfogalmak/fog	Irracionális szám, valós szám. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. „Ha ..., akkor ...”).	

almak	Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális.
--------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra		Órakeret 54 óra
Előzetes tudás	Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata.	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása.		
Szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból.	Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele). A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása.	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok.</p> <p><i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel.</p> <p><i>Földrajz:</i> a pénzvilág működése.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tudatos élelmiszer-választás, becslések, mérések, számítások.</p> <p><i>Társadalmi, állampolgári és gazdasági ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.</p>	
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet. A diszkrimináns fogalma.	Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (szorzattá alakítás, teljes négyzetté kiegészítés). Ismeretek tudatos memorizálása (rendezett másodfokú egyenlet és megoldóképlet összekapcsolódása). A megoldóképlet biztos használata.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.	
Hiányos másodfokú egyenletek.			

Másodfokú egyenletre vezető gyakorlati problémák, szöveges feladatok.	Matematikai modell (másodfokú egyenlet) megalkotása a szöveg alapján. A megoldás ellenőrzése, gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.
Gyöktényező alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása.	Algebrai ismeretek alkalmazása.	
Gyökök és együtthatók összefüggései. <i>Matematikatörténet: Segner</i>	Önellenőrzés: egyenlet megoldásának ellenőrzése.	
Néhány egyszerű magasabb fokú egyenlet megoldása. <i>Matematikatörténet:</i> részletek a harmad- és ötödfokú egyenlet megoldásának történetéből.	Annak belátása, hogy vannak a matematikában megoldhatatlan problémák.	
Egyszerű négyzetgyökös egyenletek. $\sqrt{ax + b} = cx + d$.	Megoldások ellenőrzése.	<i>Fizika:</i> például egyenletesen gyorsuló mozgással kapcsolatos kinematikai feladat.
Másodfokú egyenletrendszer. A behelyettesítő módszer.	Egyszerű másodfokú egyenletrendszer megoldása. A behelyettesítő módszerrel is megoldható feladatok. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	
Egyszerű másodfokú egyenlőtlenségek. $ax^2 + bx + c \geq 0$ (vagy > 0) alakra visszavezethető egyenlőtlenségek ($a \neq 0$).	Egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. Másodfokú függvény eszközjellegű használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata. Matematikai programok használata.
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.	
Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között. Gyakorlati példa minimum és maximum probléma megoldására.	Geometria és algebra összekapcsolása az azonosság igazolásánál. Gondolatmenet megfordítása.	<i>Fizika:</i> minimum- és maximumproblémák.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Másodfokú egyenlet, diszkrimináns. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Számtani közép, mértani közép.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok		Órakeret 11 óra
Előzetes tudás	Alapfüggvények ábrázolása, jellemzése és transzformációja. Egyértelmű és kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés. Képhalmaz, helyettesítési érték.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.		
Másodfokú egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer grafikus	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel.	<i>Fizika; kémia; biológia- egészségtan; földrajz:</i> számítási feladatok.	

megoldása. A zérushely algebrai jelentése.	Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.	
Az $x \mapsto ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \mapsto a(x - u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény. Valós függvény. Függvényérték. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőérték hely, szélsőérték.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria		Órakeret 48 óra
Előzetes tudás	Sokszögek, háromszögek tulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek tulajdonságai. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai. A Pitagorasz-tétel ismerete.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata. Igényesség az írásbeli munkában, eredményesség és a pontosság, precizitás kapcsolata.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Geometriai alapfogalmak. Térelemek, távolságok és szögek értelmezése. (Folyamatosan a 9-10. évfolyamon.)	Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése.		
Kör és részei (9-10. évfolyamon folyamatosan)	Fogalmak pontos ismerete.	<i>Fizika:</i> körmozgás, a körpályán mozgó test sebessége. <i>Vizuális kultúra:</i> építészeti stílusok.	
Összefüggés a középponti és a kerületi szögek között Látókörv szerkesztése			
A körcikk területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között .	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.		
A szög mérése. A szög ívmértéke.	Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegység-választás, mérőszám.	<i>Fizika:</i> szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás. <i>Földrajz:</i> tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás.	
Négyszögek és a kör			

Vektorok összege, két vektor különbsége síkban és térben. Vektorműveletekre vonatkozó azonosságok.	Műveleti analógiák (összeadás, kivonás).	<i>Fizika:</i> erők összege, két erő különbsége, vektormennyiség változása (pl. sebesség-változás).
Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Arányos osztás. A hasonlósági transzformáció.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Hasonló alakzatok.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása: a megfelelő szakaszok hosszának aránya állandó, a megfelelő szögek egyenlők, a kerület, a terület, a felszín és a térfogat változik.	
A háromszögek hasonlóságának alapesetei.	Szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése. Ismeretek tudatos memorizálása.	
A hasonlóság alkalmazásai. Háromszög középvonalai , súlyvonalai, súlypontja, hasonló síkidomok területének, területének aránya.	Új ismeretek matematikai alkalmazása.	<i>Fizika:</i> súlypont, tömegközéppont. <i>Vizuális kultúra:</i> összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.
Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben. Két pozitív szám mértani közepe.	Ismeretek tudatos memorizálása, alkalmazása szakaszok hosszának számolásánál, szakaszok szerkesztésénél.	
A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen.	Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése: geometriai modell.	<i>Földrajz:</i> térképkészítés, térképolvasás.
Hasonló testek felszínének, térfogatának aránya.	Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	<i>Biológia-egészségtan:</i> példák arra, amikor adott térfogathoz nagy felület (pl. fák levelei) tartozik.
Vektor szorzása valós számmal.	Új műveletfogalom kialakítása és gyakorlása.	<i>Fizika:</i> Newton II. törvénye.
Vektorok felbontása összetevőkre.	Ismeretek mozgósítása új helyzetben. Emlékezés korábbi információkra.	<i>Fizika:</i> eredő erő, eredő összetevőkre bontása.
Bázisvektorok, vektorkoordináták síkban és térben.	Elnevezések, jelek és egyéb megállapodások megjegyzése. Emlékezés definíciókra.	<i>Fizika:</i> helymeghatározás, erővektor felbontása összetevőkre.
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense. Nevezetes hegyesszögek (30°, 45°, 60°) szögfüggvényei.		<i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.
A Pitagorasz-tétel és a hegyesszög szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben.	A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása.	<i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Sokszög. Háromszög, négyszög, speciális háromszög, speciális négyszög. Belső szög, külső szög, középponti szög, átló. Kerület, terület. Hasonló. Arány. Vektor, vektorművelet. Szinusz, koszinusz, tangens, kotangens.
------------------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika		Órakeret 7 óra
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Diagram, vonaldiagram, oszlopdiaagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság, eloszlás, kördiagram, oszlopdiaagram, vonaldiagram).	Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése. Diagramok, táblázatok olvasása, készítése. Grafikai szervezők összevetése más formátumú dokumentumokkal, következtetések levonása írott, ábrázolt és számszerű információ összekapcsolásával. Számítógép használata.	<i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). <i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.	
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz.	A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése. Nagy adathalmaz vizsgálata kevés statisztikai jellemzővel: előnyök és hátrányok.	<i>Informatika:</i> statisztikai adatelemzés.	
Véletlen kísérlet, véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény. Véletlen esemény bekövetkezésének esélye, valószínűsége. <i>Matematikatörténet:</i> Hatvani	A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísérleti úton megadható, megbecsülhető esélye, valószínűsége. Kísérletek, játékok csoportban.	<i>Biológia-egészségtan:</i> öröklés, mutáció.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Adat. Diagram, táblázat. Módusz, medián, átlag. Véletlen kísérlet. Biztos esemény, lehetetlen esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség.		

A fejlesztés várt eredményei a 10. évfolyam végén	<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete. – Értsék és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Egyszerű leszámítási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban. – Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására.
--	--

Számтан, algebra

- Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok.
- **Másodfokú** egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése. **A diszkrimináns jelentése,**
- **Másodfokú** (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megoldása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Egyismeretlenes egyszerű **másodfokú** egyenlőtlenség megoldása.
- Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása.
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- A **másodfokú** függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.
- Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása.
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.
- A tanulók tudják a **másodfokú** függvényt ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Geometria

- A hasonlósági transzformáció tulajdonságainak ismerete.
- Hasonló alakzatok, két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).
- Háromszögek középvonala, súlyvonala, súlypontja. Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel és a hegyesszögek szögfüggvényeivel; magasságtétel és befogótétel ismerete.
- Vektor fogalmának ismerete; három művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal; vektor felbontása, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.
- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődött a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- **Írásbeli munkájukban** törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

Valószínűség, statisztika

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása.
- Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata.
- Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése.
- A valószínűség-számítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődött. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják

határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét.

11. évfolyam

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 16 óra
Előzetes tudás	Sorbarendezi, leszámllási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. Permutáció (ismétlés nélküli, ismétléses), kombináció (ismétlés nélküli), variáció (ismétlés nélküli, ismétléses). A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel.	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Földrajz:</i> előrejelzések, tendenciák megfogalmazása <i>Biológia-egészségtan:</i> genetika
Binomiális együtthatók. Pascal-háromszög. Binomiális egütthatók néhány alapvető tulajdonságai.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.	
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszám összeg és az élek száma közötti összefüggés. Teljes gráf. <i>Matematikatörténet:</i> Euler.	Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra Hatvány, gyök, logaritmus	Órakeret 34 óra
Előzetes tudás	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Négyzetgyökvonás azonosságai n -edik gyök. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.	
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése,	

	permanenciaelv alkalmazása.	
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.	
A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek. Exponenciális egyenlőtlenségek	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák - demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.
A logaritmus értelmezése. <i>Matematikatörténet:</i> A logaritmussal való számolás szerepe (például a Kepler-törvények felfedezésében).	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Fizika:</i> Kepler-törvények.
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.
A logaritmus azonosságai.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	
A definíciók és a logaritmus azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható logaritmosos egyenletek. Logaritmosos egyenlőtlenségek.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Biológia-egészségtan:</i> érzékelés, az inger és az érzet.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	<i>n</i> -edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok		Órakeret 23 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyökök. Függvény megadása, tulajdonságai, transzformációi. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Ismerethordozók használata.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények: $f(x) = \sin x, f(x) = \cos x, f(x) = \operatorname{tg} x.$	A kiterjesztés szükségességének, alap gondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.	<i>Fizika:</i> periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram. <i>Földrajz:</i> térbrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.	
A trigonometrikus függvények	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok	

transzformációi: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$. Jellemzésük a tanult és új (periodicitás, paritás) szempontok alapján.		használata.
Az exponenciális függvények. Az exp. függvény egyszerű transzformációi (2 lépés)	Permanenciaelv alkalmazása.	
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvény modell): a lineáris és az exponenciális növekedés/csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok stb.).	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz:</i> a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek;</i> <i>földrajz:</i> globális kérdések: - erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességsökkenés az öregedő Európában.
A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmus alapfüggvények grafikonja, jellemzésük. A logaritmus függvény egyszerű transzformációja (2 lépés)		
A logaritmusfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben.		<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szinuszfüggvény, koszinuszfüggvény, tangensfüggvény. Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria		Órakeret 44 óra
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Számológép (számítógép) használata.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Elemi geometriai ismeretek. Szinusztétel, koszinusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).	<i>Fizika:</i> vektor felbontása adott állású összetevőkre.	

		<i>Földrajz:</i> térbrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
Síkidomok kerületének és területének számítása.	Ismeretek alkalmazása.	<i>Földrajz:</i> felszínszámítás.
Pitagoraszsi összefüggés egy szög szinusza és koszinusza között. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.	A trigonometrikus azonosságok megértése, használata. Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában.	
Egyszerű trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus egyenlet.	A problémához hasonló egyszerű probléma keresése.	<i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.
Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele a skaláris szorzat alapján.	A művelet újszerűségének felfedezése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése, megkülönböztetése.	<i>Fizika:</i> mechanikai munka, mágneses fluxus.
Helyvektor.	Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.	<i>Fizika:</i> vonatkoztatási rendszer, hely megadása.
Műveletek koordinátaikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés. Párhuzamos és merőleges vektorok koordinátái.	A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.	<i>Fizika:</i> erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).
A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	<i>Fizika:</i> hely megadása.
Két pont távolsága, a szakasz hossza. Elemi háromszög- és négyszög-geometriai feladatok megoldása koordináta-geometriai eszközökkel.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	
A kör egyenlete. Kétismeretlenes másodfokú egyenletből a kör középpontjának és sugarának meghatározása. A köregyenlet vizsgálata	Geometria és algebra összekapcsolása.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Íránytangens és az egyenes meredeksége.		<i>Fizika:</i> út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata.
A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal.	Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.	
Az egyenes egyenlete. Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értése, használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai

		szerkesztőprogram).
Két egyenes metszéspontja. Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A kör adott pontjában húzott érintője.	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A koordináta geometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában.	Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata). <i>Fizika:</i> égitestek pályája.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valós szám szinusza, koszinusza, tangense. Bázisrendszer, helyvektor. Skaláris szorzat. Ponthalmaz egyenlete; kétismeretlenes egyenletnek megfelelő ponthalmaz.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika		Órakeret 14 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek értelmezése az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Logikai műveletek, halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	<i>Informatika:</i> folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.	
Véletlen esemény, valószínűség. A valószínűség matematikai definíciójának bemutatása példákon keresztül.	A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata.		
A valószínűség klasszikus modellje. <i>Matematikatörténet:</i> Rényi: Levelek a valószínűségről.	A modell és a valóság kapcsolata.		
Egyszerű valószínűség-számítási problémák.	Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.	<i>Fizika:</i> az űrkutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége.	
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén. Visszatevés nélküli	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.	

mintavétel.		
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.	A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése. Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell. Szórás.	

A fejlesztés várt eredményei a 11. évfolyam végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. – A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásában. – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény felismerése a következtetésben. – A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. – A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani – A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is. <p><i>Számtan, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete. – A logaritmus fogalmának ismerete. – A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából. – Egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése. – A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával. – Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban. <p><i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Trigonometrikus függvények értelmezése, alkalmazása. – Függvénytranszformációk végrehajtása. – Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény ismerete. – Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése. – Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében. – A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban. – A valós problémákhoz geometriai modell alkotása. – Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása. – Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása. – Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása. – A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása. <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p>
--	---

	<ul style="list-style-type: none"> – Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében. – A valószínűség matematikai fogalma. – A valószínűség klasszikus kiszámítási módja. – Visszatevés nélküli és visszatevéses mintavétel. – A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni. – Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.
--	---

12. évfolyam

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek		Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámplálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak. Mintavétel.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.		
	Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
	Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok és szemléltetésük gráfokkal . A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel, gyakorlati alkalmazások . <i>Matematikatörténet: Erdős Pál.</i>	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Földrajz:</i> előrejelzések, tendenciák megfogalmazása <i>Biológia-egészségtan:</i> genetika
	Gráfelméleti alapfogalmak alkalmazása.	Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. Permutáció, variáció, kombináció.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Összefüggések, függvények, sorozatok		Órakeret 18 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Egyenletek, egyenletrendszerek megoldása. Százalékszámítás.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Sorozat vizsgálata; képletek értelmezése. Ismerethordozók használata.		
	Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
	A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. <i>Matematikatörténet: Fibonacci.</i>	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.	<i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok

		megfogalmazása, tervezése.
Számtani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. A számtani sorozat és a számtani közép. <i>Matematikatörténet: Gauss.</i>	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	
Mértani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. A mértani sorozat és a mértani közép.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.	<i>Fizika: nehézségi gyorsulás;</i> <i>Fizika; kémia, biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: exponenciális folyamatok vizsgálata.</i>
Kamatokamat-számítás. Különböző gyakorlati problémák megoldása.	Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye. Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás). A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása.	<i>Földrajz: a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás.</i> <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.</i> <i>Magyar nyelv és irodalom: szövegértés.</i>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Számsorozat. Rekurzió. Számtani sorozat, mértani sorozat. Kamatok kamat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Geometria		Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Háromszögek, négyszögek, szabályos sokszögek, kör területe, kerülete. A körív hossza, a körcikk területe.. Szögfüggvények. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Síkidomok kerületének és területének számítása: sokszögek és görbe vonallal határolt síkidomok kerülete, területe.	Ismeretek alkalmazása.	<i>Földrajz: felszínszámítás.</i>	
Tételek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének meghatározása. Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúla és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek).	<i>Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata (térgometria szimulációs program).</i> <i>Kémia: kristályok.</i>	

A tanult testek hálói, nézetük, vetületeik, síkmetszetük. A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok.	A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása. A számítások során előzetes becslés, a számológép figyelmes használata, az eredmény értelmes kerekítése, összevetése a valósággal. Gondosan elkészített ábra.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgometriai szimulációs program).
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Felszín, térfogat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Valószínűség, statisztika		Órakeret 11 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek értelmezése az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
A valószínűség klasszikus modellje.	A modell és a valóság kapcsolata.		
Valószínűség-számítási problémák.	Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.	<i>Fizika:</i> az úrkutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége.	
Statisztikai mintavétel. A reprezentatív minta fogalma, jelentősége. Valószínűségek visszatevéses mintavétel és visszatevés nélküli mintavétel esetén. Binomiális eloszlás.	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.	
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás, átlagos abszolút eltérés. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal. Adathalmazok összehasonlítása statisztikai mutatók alapján. Gyakorisági diagram. Osztályba sorolás. Különféle diagramok készítése.	A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése. Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell. Szórás.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Rendszerező összefoglalás		Órakeret 61 óra
Előzetes tudás	A középiskolai matematika anyaga.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i>		
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai. Halmazműveletek.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).	
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	<i>Filozófia:</i> logika - a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez. <i>Informatika:</i> Egy bizonyos, nemrég történt esemény információinak begyűjtése több párhuzamos forrásból, ezek összehasonlítása, elemzése, az igazságtartalom keresése, a manipulált információ felfedése. Navigációs eszközök használata: hierarchizált és legördülő menük használata.
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	
Bizonyítási módszerek.	Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.	<i>Filozófia:</i> szillogizmusok.
Kombinatorika: leszámhlási feladatok. Permutáció, variáció, kombináció Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.	Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.	
<i>Számтан, algebra</i>		
Gyakorlati számítások. Szövegelemzést igénylő, hosszú szövegű számítási feladatok .	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.
Egyenletek és egyenlőtlenségek.	Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő	

	kezelésével.	
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok. Az azonosságok alkalmazása.	Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: képletek használata</i>
Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	
Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.	Tanult egyenlettípusok és egyenlőtlenségtípusok önálló megoldása.	
Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok. A szöveg értelmezése, adatok rendszerezése, számítások, az eredmény vizsgálata.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>
<i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i>		
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai. A függvények tulajdonságainak használata grafikonok elemzésénél.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	
Függvénytranszformációk: $f(x) + c$, $f(x + c)$; $cf(x)$; $f(cx)$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre mérőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	
Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	Emlékezés, ismeretek mozgósítása.	
	Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	<i>Fizika, kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>
A számtani és a mértani sorozat.	A sorozatok felismerése szöveges feladatokban, a tanult ismeretek alkalmazása.	
<i>Geometria</i>		

Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok.		
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása síkban és térben.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.		
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk feladatokban. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.	
Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.	
Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.		
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig.		
Vektorok alkalmazásai.		
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Két alakzat közös pontja. <i>Matematikatörténet:</i> nevezetes szerkeszthetőségi problémák.	Geometria és algebra összekapcsolása.	
<i>Valószínűség-számítás, statisztika</i>		
Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a tartalom értékelése hihetőség szempontjából; a szöveg hitelességével kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, többjelentésű tartalmi elemek feloldása; egy következtetés alapját jelentő tartalmi elem felismerése; az olvasó előismereteire alapozó figyelemfelhívó jellegű

		címadás felismerése.
<p>Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei. Nyerési esély egyszerű játékokban.</p>	<p>A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a természetben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan:</i> szenvedélybetegségek és rizikófaktor.</p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	<p>Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Térelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.</p>	

A fejlesztés várt eredményei a 12. évfolyam végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. – A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásában. – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. – A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. – A tanulók a rendszerezett összeszámlálás és a tanult összefüggések segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani <p><i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások. <p><i>Geometria.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban. – A valós problémákhoz geometriai modell alkotása. – A hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása. <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Statisztikai mutatók használata adathalmazok elemzésében, összehasonlításokban. Gyakorisági diagram, osztályba sorolás. Reprezentatív minta. – A valószínűség matematikai fogalma. – A valószínűség klasszikus kiszámítási módja. – Visszatevés nélküli mintavétel, visszatevéses mintavétel: binomiális eloszlás <p><i>Összességében</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat. – Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat. – Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni. – Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket. – Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni. – A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket. – A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére. – A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége. – A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.
--	--

5. A tantárgyi értékelés formái, szempontjai

Az értékelés alapvető célja a nevelési-oktatási folyamatról való visszajelzés a pedagógus (az iskola) és a tanuló számára. A rendszeres értékelés lehetővé teszi a tanulási és a tanítási stratégia módosításait, a tanuló minősítését és az egész pedagógiai folyamat hatékony befolyásolását. A matematikai értékelés során fontos, hogy minden esetben képet kapjunk a tanuló tantárgyra vonatkozó attitűdjéről. Az értékelés az iskolában irányulhat egy tanulóra, egy valamilyen szempontból válogatott tanulócsoporthra, osztályra, évfolyamra vagy az iskola összes tanulója.

A tanuló tanulmányi munkájának értékelése kiterjed a tanuló teljes tevékenységi rendszerére, azaz a következőkre:

- órai munka,
- házi feladat elkészítése,
- szóbeli megnyilvánulások: szakkifejezések ismerete, precíz használata, tételek, definíciók pontos ismerete, azok elmondása,
- szorgalmi feladatok vállalása, elkészítése,
- projektben való részvétel,
- készülés versenyekre és azokon részvétel,
- az írásbeli munkák tartalmi és formai igényességére (dolgozatok, IKT eszközökkel készített dokumentumok, stb.),

A gimnáziumi matematika tanulás-tanítás során külső értékelés:

- országos kompetenciamérés (6-8-10. évfolyam, írásbeli)
- érettségi vizsga (12. évfolyam)
középszinten: írásbeli illetve a javító vizsga szóbeli
emelt szinten: írásbeli és szóbeli

A gimnáziumi matematika tanulás-tanítás során alkalmazott belső értékelési módok:

- témaközi dolgozat (minden évfolyamon, diagnosztikus),
- „röpdolgozat”
- témazáró dolgozat (minden évfolyamon, anyagrészek lezárásakor, írásbeli, szummatív),
- szóbeli felelet (fejlesztő értékelés)
- „próbaérettségi” (12. évfolyam, írásbeli, szummatív)
- félévi és év végi értékelés (az addigi teljesítmény figyelembevételével, szummatív illetve fejlesztő értékelés)

A felsorolt értékelési módokat a szaktanár belátása szerint alkalmazza, kivéve a témazáró dolgozatokat és a próbaérettségit, melynek megírása kötelező.

A minősítéssel járó értékelés esetén az értékelés viszonyítási alapját az érintett ismeretanyag, annak eljárásai, módszerei és feladatanyaga jelentik. A minősítéssel járó értékelés (dolgozat) előtt a tanulót tájékoztatni kell a következőkről (kivéve, ha a tanulók röpdolgozatot) írnak:

- a dolgozat jól körülhatárolt ismeretanyaga,
- a várható feladattípusok (feladatmegoldás, elméleti kérdés),
- a feladatlap jellege (teszt vagy részletes kidolgozást igénylő feladatok, a feladatok mennyisége),
- a dolgozatírás ideje, helye,
- a dolgozatírás időtartama,
- a használható segédeszközök,
- a kapott minősítés súlya.

A tanuló tanulmányi munkájának, teljesítményének **egységes értékelése** érdekében a tanulók írásbeli értékelésekor az elért teljesítmény (pontszám) érdemjegyekre történő átváltását a következő arányok alapján végezzük.

Teljesítmény

Érdemjegy

0-29%	elégtelen (1)
30-49%	elégséges (2)
50-69%	közepes (3)
70-89%	jó (4)
90-100%	jeles (5)

Az utolsó két évfolyamon a tanulók értékelése a közép – ill. emelt szintű érettségi vizsgához igazodik.

Az elmúlt egy-két óra ismeretanyagát felölelő vagy házi feladatból íratott dolgozatot, röpdolgozatot, nem kell bejelenteni és ezekre a tájékoztatási kötelezettség nem vonatkozik. A tanév megszervezésekor azonban ezen dolgozatok írásának lehetőségére fel kell hívni a tanulók figyelmét. Témazáró dolgozatokkal kapcsolatos kérdéseket a pedagógiai program szabályozza (bejelentés, javítás ... stb)

Legkésőbb a dolgozat megírását követő tizedik tanítási napon a tanulónak ki kell osztani a kijavított, osztályzattal ellátott dolgozatot. Ha ez a határidőn belül nem történik meg, akkor a tanuló számára a kapott érdemjegy választható lesz. Ha a tanuló nem kéri az osztályzatot, akkor meg kell ismételnie azt, a témakör anyagából összeállított az eredetivel azonos nehézségű, más kérdéssor alapján. A dolgozatok kiosztásánál a pedagógus ismerteti az osztályzatok ponthatárait. A témazáró dolgozat feladatainak megoldását részletesen meg kell beszélni a tanulókkal (dolgozatjavítás).

Egyéb kérdésekben a pedagógiai program általános útmutatói az irányadóak.

6. Középszintű érettségi témakörök felsorolása (csak középiskolában)

A középszintű érettségi a mai társadalomban tájékozódni és alkotni tudó ember matematikai ismereteit követeli meg, ami elsősorban a matematikai fogalmak, tételek gyakorlati helyzetekben való ismeretét és alkalmazását jelenti.

1. Gondolkodási módszerek, halmazok, logika, kombinatorika, gráfok
 - 1.1. Halmazok
 - 1.2. Matematikai logika
 - 1.3. Kombinatorika
 - 1.4. Gráfok
2. Számelmélet, algebra
 - 2.1. Alapműveletek
 - 2.2. Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek
 - 2.3. Racionális és irracionális számok
 - 2.4. Valós számok
 - 2.5. Hatvány, gyök, logaritmus
 - 2.6. Betűs kifejezések
 - 2.7. Arányosság
 - 2.8. Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek, egyenlőtlenségrendszerek
 - 2.9. Középértékek, egyenlőtlenségek
3. Függvények, analízis elemei
 - 3.1. A függvény
 - 3.2. Egyváltozós valós függvények
 - 3.3. Sorozatok
 - 3.4. Az egyváltozós valós függvények analízisének elemei
4. Geometria, koordináta geometria, trigonometria
 - 4.1. Elemi geometria
 - 4.2. Geometriai transzformációk
 - 4.3. Síkbeli és térbeli alakzatok
 - 4.4. Vektorok a síkban és a térben
 - 4.5. Trigonometria
 - 4.6. Koordináta geometria
 - 4.7. Kerület, terület
 - 4.8. Felszín, térfogat
5. Valószínűség-számítás, statisztika
 - 5.1. Leíró statisztika
 - 5.2. A valószínűség-számítás elemei

7. Függelék:

A tankönyvek kiválasztásakor fontos ismerni azok felépítését, használhatóságát.
Tanulmányi segédletek, taneszközök felsorolása:

- Körző, vonalzó.
- Zsebszámológép tanulói használatra.
- Grafikus számológép, személyi számítógép a tanórai munkához.
- Kézikönyvek, feladatgyűjtemények.
- Multimédiás adathordozók (CD-ROM-ok), Internet.