

1. Tantárgyi címoldal



Kiskunhalasi Református Kollégium Szilády Áron Gimnáziuma Kiskunhalas

Matematika Helyi tantárgyi tanterv

Általános tantervű tanulócsoport

A tantárgy nevelési és fejlesztési célrendszere megvalósításának iskolai keretei:

- 5-12. évfolyam: általános tantervű tanulócsoportok osztálykeretek között, a középszintű érettségi vizsgára való felkészítéssel. (4 órás)
- 9-12. évfolyam: általános tantervű tanulócsoportok osztálykeretek között, a középszintű érettségi vizsgára való felkészítéssel. (4 órás)
- 9-12. évfolyam: emelt óraszámú tanulócsoport (matematika tagozat), az emelt szintű érettségi vizsgára való felkészítéssel (5 + 5 + 6 + 7 órás)
- 11-12. évfolyam: emelt szintű érettségi vizsgára felkészítő képzés évfolyam szinten szervezett csoportban (2 + 3 órás)

A tantárgy órakerete:

<i>Évfolyam</i>	<i>Heti órakeret</i>	<i>Évi órakeret</i>	<i>Kerettantervi órakeret</i>	<i>Helyi tervezésű órakeret</i>	<i>Emelt szintű érettségi felkészítés heti órakerete</i>	<i>Emelt szintű érettségi felkészítés éves órakerete</i>
9.	4	144	97	47	0	0
10.	4	144	97	47	0	0
11.	4	144	97	47	2	72
12.	4	128	86	42	3	96

A tantárggyal kapcsolatos pedagógiai szervezési megjegyzések:

- Az iskola 9-12. évfolyamon a matematika tantárgy óraszámát a szabadon tervezhető órakeret terhére heti egy órával megnövelte.
- A tanulónak lehetősége van a matematika tagozatos csoportból átmennie az általános tantervű csoportba, illetve általános tantervű csoportból tagozatos csoportba. Ennek módját a pedagógiai program szabályozza.
- A 10. évfolyamos tanulók az emelt szintű érettségi felkészítésre jelentkezés után, létszámtól függően külön csoportba kerülnek. Az emelt szintű érettségre felkészítő csoport számára helyi tanterv készült. A jelentkezés módját, idejét, feltételét a pedagógiai program szabályozza.
- A tanulónak lehetősége van az emelt szintű érettségre felkészítő csoportból átmennie az általános tantervű csoportba. Ennek módját a pedagógiai program szabályozza.
- Az érettségre való jelentkezésnél a hatályos 100/1997-es kormányrendeletben megfogalmazott feltételt (12 §) alkalmazzuk matematika tantárgyból.

A helyi tanterv alapját jelentő kerettanterv:

A kerettantervek kiadásának és jóváhagyásának rendjéről szóló 51/2012. (XII. 21.) EMMI-rendelet 3. sz. mellékletében kiadott matematika tantárgyi kerettanterv alapján készült helyi tanterv.

Megjegyzés:

- A tanulók felzárkóztatására, tehetséggondozásra szakköri kereteken belül is lehetőséget biztosítunk, amennyiben a fenntartó engedélyezi.
- Lehetőséget biztosítunk a tanév folyamán a tanulóknak a versenyeken való részvételre, melyek a következők:
 - o Bács-Kiskun Megyei Matematikaverseny (5-12. évfolyam)
 - o Zrínyi Ilona Matematikaverseny (5-12. évfolyam)
 - o Református Iskolák Matematika Versenye (7-12. évfolyam)
 - o Kenguru (5-12. évfolyam)
 - o Varga Tamás Matematikaverseny (7-8. évfolyam)
 - o Bolyai Matematika Csapatverseny (5-8. évfolyam)
 - o Arany Dániel Matematikaverseny (9-10. évfolyam)
 - o Kalmár László Matematikaverseny (5-8. évfolyam)
 - o OKTV (11-12. évfolyam)

A tantárgy helyi tantervét kidolgozta: Zseni Zsófia (matematika-kémia)

A tantárgy helyi tantervét véleményezte, a nevelőtestület számára elfogadásra javasolta:

2. A helyi tanterv tantárgyi tantervének áttekintése

2.1. táblázat

A tantárgy helyi tantervében a kerettanterv kiegészítésére biztosított órakeret

9. évfolyam:				
Tematikai egység rövid címe	Kerettantervi óraszám	Helyi többlet-óraszám (\pm)	Heti +1 óra	Témakör összidőkerete
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	11	3	2	16
2. Számtan és algebra	32	4	12	48
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	10	4	5	19
4. Geometria	28	0	1	29
5. Valószínűség, statisztika	5	0	3	8
Ismétlés	6	0	13	19
Számonkérés	5	0	0	5
Évfolyam összesen	97	11	36	144

10. évfolyam:				
Tematikai egység rövid címe	Kerettantervi óraszám	Helyi többlet-óraszám (\pm)	Heti +1 óra	Témakör összidőkerete
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	9	1	3	13
2. Számtan és algebra	34	4	16	54
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	6	2	3	11
4. Geometria	32	4	12	48
5. Valószínűség, statisztika	5	0	2	7
Ismétlés	6	0	0	6
Számonkérés	5	0	0	5

Évfolyam összesen	97	11	36	144
-------------------	----	----	----	-----

11. évfolyam:				
Tematikai egység rövid címe	Kerettantervi óraszám	Helyi többlet-óraszám (\pm)	Heti +1 óra	Témakör összidőkerete
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	6	2	8	16
2. Számтан és algebra	23	1	10	34
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	15	0	8	23
4. Geometria	28	6	10	44
5. Valószínűség, statisztika	14	0	0	14
Ismétlés	5	2	0	7
Számonkérés	6	0	0	6
Évfolyam összesen	97	11	36	144

12. évfolyam:				
Tematikai egység rövid címe	Kerettantervi óraszám	Helyi többlet-óraszám (\pm)	Heti +1 óra	Témakör összidőkerete
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	5	3	0	8
2. Számтан és algebra	0	0	0	0
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	13	2	3	18
4. Geometria	14	3	3	20
5. Valószínűség, statisztika	6	0	4	10
Ismétlés	40	0	22	62
Számonkérés	6	0	0	6
Évfolyam összesen	84	8	32	124

2. 2. táblázat

A tantárgy helyi tantervében a kerettanterv kiegészítésére biztosított órakeret felhasználása

9. évfolyam:	Szabad órakeret:	47
--------------	------------------	----

Tematikai egység	Téma	Óraszám
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Logikai szita	2
	Műveletek intervallumokkal	1
	Sorrendezési és kiválasztási problémák	2
2. Számтан és algebra	A racionális számok különböző alakja	1
	Műveletek racionális számokkal	1
	Százalékszámítás	1
	Polinom fogalma, rendezettség, fokszám	1
	Teljes négyzetté alakítás	1
	Paraméter és a változó fogalma	1
	Algebrai törtes egyenletek, egyenlőtlenségek	4
	Abszolútértéket tartalmazó egyenlőtlenségek	1
	Ismeretek elmélyítése	5
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Az $f(x) = a x + b + c$ függvény grafikonja és tulajdonságai	1
	Az $f(x) = x^2$ fgv. grafikonja, tulajdons.	1

	Az $f(x) = a(x + b)^2 + c$ függvény grafikonja és tulajdonságai	1
	Függvény transzformációk rendszerezése	2
	A függvénytulajdonságok rendszerezése	2
	Egyenlőtlenségek grafikus megoldása	2
4. Geometria	Háromszögek egybevágóságának alapesetei	1
5. Valószínűség, statisztika	Adatgyűjtés	1
	Diagramtípusok értelmezése	1
	Statisztikai mutatók, eljárások értelmezése	1
Ismétlés	Ismeretek elmélyítése	13
	Összesen:	47

10. évfolyam:	Szabad órakeret:	47
---------------	------------------	----

Tematikai egység	Téma	Óraszám
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Skatulya-elv	1
	Gráfok alkalmazása	1
	Ismeretek elmélyítése	2
2. Számтан és algebra	Diszkrimináns	2
	Hiányos másodfokú egyenletek	1
	Másodfokúra visszavezethető törtes egyenletek	2
	Ismeretek elmélyítése	15
3. Összefüggések, sorozatok, függvények,	Másodfokú egyenlőség, egyenlőtlenség, egyenletrendszer grafikus megoldása	3
	Ismeretek elmélyítése	2
4. Geometria	Összefüggés a kerületi és középponti szögek között	2
	Látókörív szerkesztése	1
	Háromszög középvonala	1
	Négyszögek és a kör	2
	Vektorkoordináták síkban és térben, műveletek koordinátákkal	2
	Nevezetes szögek szögfüggvényei	2
	Ismeretek elmélyítése	6
5. Valószínűség, statisztika	Ismeretek elmélyítése	2
	Összesen:	47

11. évfolyam:	Szabad órakeret:	47
---------------	------------------	----

Tematikai egység	Téma	Óraszám
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Permutációk (ism, ism. nélküli)	1
	Variációk (ism., ism. nélküli)	1
	Kombinációk (ism. nélküli)	1
	Pascal háromszög	2
	Teljes gráf	1
	A tudás elmélyítése	4
2. Számтан és algebra	Négyzetgyökvonás azonosságai	3
	Exponenciális egyenlőtlenségek	1

		Logaritmosos egyenlőtlenségek	1
		A tudás elmélyítése	6
3.	Összefüggések, sorozatok	függvények, Trigonometrikus függvények jellemzése	4
		Exponenciális függvény transzformációja	2
		A logaritmus függvény transzformációja	2
4.	Geometria	Geometriai ismeretek ismételése	2
		Skaláris szorzat alkalmazása	2
		Párhuz. és merőleges vektor koordinátái	1
		A kör középpontjának és a kör sugarának meghatározása	1
		A kör egyenletének vizsgálata	1
		A kétismeretlenes másodfokú egyenlet és a kör	1
		Elemi geometriai feladatok megoldása koordináta geom. eszközökkel	2
		A tudás elmélyítése	6
5.	Valószínűség, statisztika		0
		Összesen:	47

12. évfolyam:	Szabad órakeret:	40
---------------	------------------	----

Tematikai egység	Téma	Óraszám
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Ismeretek elmélyítése	3
2. Összefüggések, sorozatok	függvények, Gyakorlati problémák kamatos kamatra	2
	Ismeretek elmélyítése	3
3. Geometria	Testek hálói, síkmetszetek, kerekítések	2
	Ismeretek elmélyítése	4
4. Valószínűség, statisztika	A reprezentatív mintavétel	1
	Osztályba sorolás, átlagos absz.eltérés	2
	Gyakorlati példák binom. eloszlásra	2
Ismétlés	Permutáció, variáció, kombináció	1
	Szövegelemzést igénylő feladatok	2
	A tanult azonosságok alkalmazása	2
	Szöveges feladatok	2
	A tanult fgv. tul.alk. graf. elemzésénél	3
	Fgv.haszn. valós folyamatok elemz.	1
	Táv. szögek szám.síkban és térben	3
	A háromszögre vonatkozó tételek feladatban	2
	Területszámítás	2
	A háromszög nevezetes vonalai a koordináta-rendszerben	2
	Nyerési esély egyszerű játékokban	1
	Összesen:	40

3. Tantárgyi bevezető:

A. A matematikatanítás pedagógiai célrendszere és feladatai

Az iskolai matematikatanítás *célja*, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról, mint tudásrendszerről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs

vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás *feladata* a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítőtje; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természet-tudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyoluló ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

B. A matematika szerepe a kulcskompetenciák fejlesztésében

A matematika azon műveltségi területek egyike, amelynek tanítása során igen sok lehetőség adódik más műveltségi területekhez való kapcsolódásra, és a képességek sokirányú fejlesztésére. A tananyag egyes részleteinek páros- vagy csoportmunkában való feldolgozása, a feladat-megoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a *kommunikációs képesség* fejlesztésének, a *reális önértékelés* kialakulásának fontos területei. A problémák önálló megfogalmazása, az érvelés, a matematikai alapokra épülő bizonyítás, a feladatok szövegének értelmezése lehetőséget ad a *kommunikációs képesség fejlesztésére*.

A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által a hatékony, önálló tanulás módszereinek elsajátítása az *önálló ismeretszerzés* képességnek fejlesztése, a felsőfokú tanulást is előkészíti.

A matematika a lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), Internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a *digitális kompetencia* fejlődéséhez. A statisztikai kimutatások és az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a *vállalkozói kompetencia* fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához.

A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a *pénzügyi-gazdasági kompetenciák* kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Kiemelt szerepet szánunk azoknak az optimum problémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan bevezetjük matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, értéknövekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknál azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része.

A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a *népművészetben és általában a művészetekben* való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulók előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított idő bőven meg-térül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutatunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikailag igényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (például informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, illetve például vegyész, grafikus, szociológus stb.), ezzel is segítve a tanulók *pályaválasztását*.

C. A matematika sajátos fejlesztési céljai a középfokú nevelés-oktatás szakaszában

A középiskola első évfolyamán sok, korábban már szereplő ismeret, összefüggés, fogalom újra előkerül, úgy, hogy a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségeik megismerésén van a hangsúly, melyek által a *fogalmak jelentése gazdagodik*. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenként által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.) A felsorolt célok az általános iskolai matematikatanítás céljaihoz képest jelentős többletet jelentenek, ezért is fontos, hogy változatos módszertani megoldásokkal tegyük könnyebbé az átmenetet. A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismertszerzés fő módszere a *tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése*, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása is.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető *cél*, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő *modelleket*, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), *módszereket* (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és *leírásokat*. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő *képességek fejlesztése*. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére. A tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy *alkalmazni tudják matematikai tudásukat*, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatják. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt. A tanulók rendszeresen oldjanak meg *önállóan feladatokat*, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitaró, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunktól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamatában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére.

A matematika tanulása a középiskolások számára egy 12 éven át tartó folyamat, amelyben az egyenletes fejlődés lehetőségét a Nat és a kerettantervek biztosítják. Ennek ellenére a tanuláshoz töréspontjai is vannak: átmenetek egyik pedagógiai szakaszból a következőbe, tanárváltások, iskolaváltás(ok). A középiskolába való belépés a pedagógus számára lehetőséget jelent arra, hogy a *matematikatanulás módszereinek* megismertetésével, változatos pedagógiai eljárásokkal, odafigyeléssel lassan pozitív hozzáállást alakítson ki a kedvetlen tanulóban.

A *matematika megszerettetésének* igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú *játékok*, a matematikához kapcsolódó *érdekes problémák és feladványok*. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amelyeket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni, ezzel a *problémamegoldás módszereit* gyakorolják, és ezáltal fejlődik a *kreativitásuk* is. A matematikához való *pozitív attitűd* kialakításában komoly segítség lehet a *matematikatörténet* egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, a nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. Ajánlott témák: a könyvsbergi hidak problémája; az első magyar nyelvű matematika könyv a Debreceni Arithmetica; a párhuzamossági axióma problémája; prímszámokkal kapcsolatos kérdések, stb. Néhány tudós munkásságának megismerése a tananyag része: Eukleidész; Pitagorasz; Descartes; Bolyai Farkas; Bolyai János; Thalész; Euler; Gauss; Pascal; Cantor; Neumann; Erdős; Pólya. Diákjaink megismerik a Debreceni Református Kollégium tudós professzorainak tevékenységét: Maróthi; Hatvani; Segner; Kerekes.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, *tételek bizonyítása* nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami

fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértése. Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra és az ismeretek más műveltségi területen való felhasználhatóságára.

A középiskolai tanulmányok vége felé közeledve a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az *analizáló és a szintetizáló képesség* további alakítása. Lényeges, hogy az utolsó két évfolyamon áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítsünk. Olyanokat, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a *matematikakülönböző területeinek összefüggéseit* is így a matematika komplexitását is bemutatjuk. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témaköre kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra.

Minden életkori szakaszban fontos a *differenciálás*, amely nemcsak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódnak a tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

4. Tantárgyi tartalom: az egyes tematikai egységek elemzése évfolyamonként

9. évfolyam

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 16 óra
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Véges és végtelen halmazok. Végtelen számosság szemléletes fogalma. <i>Matematikatörténet:</i> Cantor.	Annak megértése, hogy csak a véges halmazok elemszáma adható meg természetes számmal.	
Részhalmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Halmazok közötti viszonyok megjelenítése.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése. <i>Biológia-egészségtan:</i> halmazműveletek alkalmazása a rendszertanban. <i>Kémia:</i> anyagok csoportosítása.
Alaphalmaz és komplementer halmaz. Logikai szita	Annak tudatosítása, hogy alaphalmaz nélkül nincs komplementer halmaz.	<i>Biológia-egészségtan:</i> élőlények osztályozása;

Véges halmazok elemeinek a száma.	Halmaz közös elem nélküli halmazokra bontása jelentőségének belátása.	besorolás közös rész nélküli halmazokba.
A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok. A számírás története.	A megismert számhalmazok áttekintése. Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen.	<i>Informatika:</i> számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezelővel). <i>Hit- és erkölcsstan:</i> számok és mértékegységek a Bibliában.
Valós számok halmaza. Az intervallum fogalma, fajtái. Irracionális szám létezése. Műveletek intervallumokkal.	Annak tudatosítása, hogy az intervallum végtelen halmaz.	
Távolsággal megadott ponthalmazok, adott tulajdonságú ponthalmazok (kör, gömb, felező merőleges, szögfelező, középpárhuzamos).	Ponthalmazok megadása ábrával. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (például két feltétellel megadott ponthalmaz).	<i>Vizuális kultúra:</i> a tér ábrázolása. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> egészséges életmódra és a családi életre nevelés.
A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Nyitott mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai.	A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Halmazok eszközzel jellegű használata.	
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon).	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétel.

	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	
Állítás és megfordítása.	Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.	
Bizonyítás.	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	<i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámolás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban. Sorbarendezési és kiválasztási problémák megoldása az esetek felsorolásával, logikus csoportosítással.	Rendszerezés: az esetek összeszámolásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).	<i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.
A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, foksám). Egyszerű hálózat szemléltetése.	Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	<i>Kémia:</i> molekulák térszerkezete. <i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> pl. családfa. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> közlekedés.
Kulcsfogalmak/fogalmak	Unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Gráf csúcsa, éle, csúcs fokszáma. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. „Ha, akkor ...”). Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra	Órakeret 48 óra
--	----------------------------	----------------------------

Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanult alkalmazása. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Számelmélet elemei. A tanult oszthatósági szabályok. Prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímelek. A számelmélet alaptétele. <i>Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek:</i> (pl. végtelen sok prímszám létezik, tökéletes számok, barátságos számok, Eukleidész. Mersenne, Euler, Fermat)	A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével. Egyszerű oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása. Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> érvelés.
Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.	Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése.	
A hatványozás azonosságai.	Korábbi ismeretekre való emlékezés.	
Számok abszolút értéke. Műveletek racionális számokkal, a racionális számok különféle alakjai, százalékszámítás. <i>Matematikatörténet:</i> Debreceni Aritmetika	Egyenértékű definíció (távolsággal adott definícióval).	<i>Fizika:</i> hőmérséklet, elektromos töltés, áram, feszültség előjeles értelmezése.
Különböző számrendszerek. Váltás a tízes és más alapú számrendszerek alapú számrendszerből kettesbe és viszont. között. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> Neumann János.	A különböző számrendszerek egyenértékűségének belátása.	<i>Informatika:</i> kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei.
Számok normálalakja.	Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás normálalakkal írásban és számológép segítségével. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> tér, idő, nagyságrendek – méretek és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig; szennyezés, környezetvédelem.
Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata.	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása.	

<p>Szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Maróthi György</p>	<p>Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele).</p> <p>A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv).</p> <p>Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok.</p> <p><i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel.</p> <p><i>Földrajz:</i> a pénzüvilág működése.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tudatos élelmiszer-választás, becslések, mérések, számítások.</p> <p><i>Társadalmi, állampolgári és gazdasági ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.</p>
<p>Polinom fogalma, rendezettség, fokszám. Összeg- és szorzat alak fogalma.</p> <p>$(a \pm b)^2$, polinom alakja, a^2-b^2 szorzat alakja. Azonosság fogalma.</p> <p>Teljes négyzetté alakítás</p>	<p>Ismeretek tudatos memorizálása (azonosságok).</p> <p>Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.</p>	<p><i>Fizika:</i> számítási feladatok megoldása (pl. munkatétel).</p>
<p>Egyszerű feladatok polinomok, illetve egyszerű algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya.</p>	<p>Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, műveletek törtekkel).</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok.</p>
<p>Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai kifejezések egyszerűbb alakra hozása.</p>	<p>Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, műveletek törtekkel).</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok.</p>
<p>Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből. Paraméter és változó fogalma.</p>	<p>A képlet értelmének, jelentőségének belátása. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.</p>	<p><i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése.</p>
<p>Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek megoldása</p> <p>Algebrai törtes egyenlet megoldása. (A számláló és a nevező is lineáris.)</p>	<p>Az alaphalmaz jelentősége, feltételek figyelembe vétele, az eredmény lehetőségességének vizsgálata.</p>	
<p>Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.</p>	<p>Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (behelyettesítő módszer, ellentett együtthatók módszere).</p>	<p><i>Fizika:</i> kinematika, dinamika.</p>
<p>Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok.</p>	<p>A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, egyenlőtlenség, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás</p>	<p><i>Fizika:</i> kinematika, dinamika.</p>

	ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	<i>Kémia:</i> százalékos keverési feladatok.
Egyszerű algebrai törtes egyenlőtlenség megoldása. (A számláló és a nevező is lineáris.)		
Egy abszolút értéket tartalmazó egyenletek. $ ax + b = cx + d$.	Definíciókra való emlékezés.	
A négyzetgyökvonás definíciója. A négyzetgyökvonás azonosságai.	Számológép használata. A négyzetgyök azonosságainak használata konkrét esetekben.	<i>Fizika:</i> fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása.
Egy abszolútértéket tartalmazó egyszerű egyenlőtlenségek megoldása		
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Hatvány. Normálalak. Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Elsőfokú egyenlet. Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer. Egyenlőtlenség.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok		Órakeret 23 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
A függvény megadása, elemi tulajdonságai. A függvény leszűkítése, kiterjesztése.	Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés táblázatkezelővel.	
A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosság. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban.	Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelően. Időben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapiakban (pl. egészségár, a változás sebessége). Lineáris függvény ábrázolása paramétereinek alapján. Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében.	<i>Fizika:</i> időben lineáris folyamatok vizsgálata, a változás sebessége. <i>Kémia:</i> egyenes arányosság. <i>Informatika:</i> táblázatkezelés.	

Az abszolútérték-függvény (grafikonja, tulajdonságai)	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	
A másodfokú függvény (grafikonja, tulajdonságai)	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	Fizika: szabadesés
A négyzetgyökfüggvény. Az $x \mapsto \sqrt{x}$ ($x \geq 0$) függvény grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	<i>Fizika:</i> matematikai inga lengésideje.
A fordított arányosság függvénye. $x \mapsto \frac{a}{x}$ ($ax \neq 0$) grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	<i>Fizika:</i> ideális gáz, izoterma. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
A függvény transzformációk ($f(x) + c$, $f(x + c)$ és $c(f(x))$) és függvénytulajdonságok (értékkészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőérték, periodicitás, paritás) rendszerező áttekintése. Függvények alkalmazása.	Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Fizika:</i> kinematika. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása. Egyenlőtlenségek grafikus megoldása a tanult függvények segítségével.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz:</i> számítási feladatok.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény. Valós függvény. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőérték, szélsőérték. Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Lineáris kapcsolat. Meredekség. Grafikus megoldás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria		Órakeret 29 óra
Előzetes tudás	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszögek egybevágósága szemléletes alapon . Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata. Igényesség az írásbeli munkában, eredményesség és a pontosság, precizitás kapcsolata.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	

Geometriai alapfogalmak. Térelemek, távolságok és szögek értelmezése. (Folyamatosan a 9-10. évfolyamon.)	Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése, szerepe, haszna.	
A háromszög nevezetes vonalai, körei. Oldalfelező merőlegesek, belső szögfelezők, magasságvonalak, középvonalak tulajdonságai. Kőrülírt kör, beírt kör. <i>Matematikatörténet:</i> például az Euler-egyenes, Feuerbach-kör bemutatása (interaktív szerkesztőprogrammal).	A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Átlók száma, belső szögek összege. Szabályos sokszög belső szöge.	Fogalmak alkotása specializálással: konvex sokszög, szabályos sokszög. A fogalmak szemléltetése Venn-diagrammal és gráffal.	
Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet. Szelő, érintő.	Fogalmak pontos ismerete.	<i>Fizika:</i> körmozgás, a körpályán mozgó test sebessége. <i>Vizuális kultúra:</i> építészeti stílusok.
A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	<i>Fizika:</i> körmozgás sebessége, szögsebessége. <i>Földrajz:</i> távolság a Föld két pontja között.
A körcikk területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között.	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	
A szögek nagyság szerinti osztályozása. Nevezetes szögpárok. A szög megadása fokban és ívmértékben.	Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegység-választás, mérőszám.	<i>Fizika:</i> szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás. <i>Földrajz:</i> tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás.
Thalész tétele. A matematika, mint kulturális örökség.	Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának gyakorlása.	
Pitagorasz-tétel alkalmazásai. (Koordináta-geometria előkészítése.)	Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében. Állítás és megfordításának gyakorlása.	<i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.
Egybevágósági transzformációk: a tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai. A geometriai vektorfogalom.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	<i>Fizika:</i> elmozdulásvektor, forgások. <i>Földrajz:</i> bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.
Egybevágóság. (Háromszögek egybevágósági esetei, alkalmazásuk problémamegoldásban.) Szimmetria.	Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata. <i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stílusokszakok.

		<i>Biológia-egészségtan: az emberi test síkjai, szimmetriája.</i>
Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriák szerint. Szabályos sokszögek.	Fogalmak alkotása specializálással.	<i>Vizuális kultúra: kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok.</i>
Egyszerű szerkesztési feladatok.	Szerkesztési eljárások gyakorlása. Szerkesztési terv készítése, ellenőrzés. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Pontos, esztétikus munkára nevelés.	<i>Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).</i>
Vektorok fogalma, abszolút értéke, nullvektor, ellentettvektor, összege, két vektor különbsége, skalárszorzata.	Műveleti analógiák (összeadás, kivonás).	<i>Fizika: erők összege, két erő különbsége, vektormennyiség változása (pl. sebesség-változás).</i>
Vektor szorzása valós számmal.	Új műveletfogalom kialakítása és gyakorlása.	<i>Fizika: Newton II. törvénye.</i>
Vektorok felbontása összetevőkre.	Ismeretek mozgósítása új helyzetben. Emlékezés korábbi információkra.	<i>Fizika: eredő erő, eredő összetevőkre bontása.</i>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Tér, sík, egyenes, pont. Sokszög. Háromszög, négyszög, speciális háromszög, speciális négyszög. Belső szög, külső szög, átló. Kerület, terület. Egybevágó. Szimmetria. Vektor, vektorművelet.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika		Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalma: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Diagram, vonaldiagram, oszlopdiaagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság, eloszlás, kördiagram, oszlopdiaagram, vonaldiagram). Az egyes esetekben melyik diagramtípus használata a célszerű.	Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése. Diagramok, táblázatok olvasása, készítése. Grafikai szervezők összevetése más formátumú dokumentumokkal, következtetések levonása írott, ábrázolt és számszerű információ összekapcsolásával. Számítógép használata.	<i>Informatika: adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés.</i> <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram).</i> <i>Földrajz: időjárás, éghajlati és gazdasági statisztikák.</i>	
Adatgyűjtés, adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, Statisztikai mutatók és eljárások értelmezése, elemzése.	A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése. Nagy adathalmaz vizsgálata kevés statisztikai jellemzővel: előnyök és hátrányok.	<i>Informatika: statisztikai adatelemzés.</i>	

Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye, valószínűsége.	A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísérleti úton megadható, megbecsülhető esélye, valószínűsége. Kísérletek, játékok csoportban.	<i>Biológia-egészségtan:</i> öröklés, mutáció.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Adat. Diagram, táblázat. Módusz, medián, átlag. Véletlen kísérlet. Biztos esemény, lehetetlen esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség.	

A fejlesztés várt eredményei a 9. évfolyam végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete. – Értsék a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Egyszerű leszámítási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban. – Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. <p><i>Számtan, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek polinomokkal; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok. – Elsőfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése. – Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése. – Az időszak végére elvárható a racionális számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati feladatokban való alkalmazása. A százalékszámítás alkalmazása gyakorlati problémákban. – A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére. <p><i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete. – A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon). – Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása. – Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján. – Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség. – A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Térelemek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése. – Nevezetes ponthalmazok ismerete, szerkesztésük. – A tanult egybevágósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete. – Egybevágó alakzatok; két egybevágó alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat). – Szimmetria ismerete, használata. – Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, a tanult nevezetes vonalak, pontok, körök).
---	---

	<ul style="list-style-type: none"> – Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel. Négyszögek tulajdonságainak ismerete. – Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal. Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása egyszerű esetben (képlet alapján); mértékegységek ismerete. A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni. – A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre. <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása. – Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése. – Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása. – A/valószínűség fogalmak ismerete a relatív gyakoriság alapján, használata. – Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósló” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése. – A valószínűség-számítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődött. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét.
--	---

10. évfolyam

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek		Órakeret 13 óra
Előzetes tudás	A valós számok halmazának ismerete. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Kommunikáció, együttműködés. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok.	A megismert számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen.	<i>Informatika:</i> számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezelővel).	
Valós számok halmaza.	Valós számok különféle formái, pontos és közelítő értékei.		
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.) Skatulya-elv.	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.		
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi	

	<p>Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv).</p> <p>Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk).</p> <p>Figyelem összpontosítása.</p> <p>Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.</p>	<p>megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> egészséges életmódra és a családi életre nevelés.</p>
<p>A „minden” és a „van olyan” helyes használata.</p> <p>Nyitott mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai. Alaphalmaz és megoldáshalmaz kapcsolata.</p>	<p>A „minden” és a „van olyan” helyes használata.</p> <p>Halmazok eszközjellegű használata.</p>	
<p>A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon).</p> <p>.</p>	<p>Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése.</p> <p>Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek.</p> <p>Ellenpélda szerepe.</p> <p>Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás.</p> <p>Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétel.</p>
<p>Állítás és megfordítása.</p> <p>„Akkor és csak akkor” típusú állítások.</p>	<p>Az „akkor és csak akkor” használata.</p> <p>Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.</p>	
<p>Bizonyítás.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.</p>	<p>Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés.</p> <p>Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése.</p> <p>Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.</p>	<p><i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.</p>
<p>Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámolás, sorbarendezés, gyakorlati problémák.</p> <p>Kombinatorika a mindennapokban.</p>	<p>Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni.</p> <p>Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.</p> <p>Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés).</p> <p>Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).</p>	<p><i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel.</p> <p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.</p>

<p>A gráffal kapcsolatos alapfogalmak alkalmazása.</p>	<p>Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.</p>	<p><i>Kémia:</i> molekulák térszerkezete.</p> <p><i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> pl. családfa.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> közlekedés.</p>
<p>Kulcsfogalmak/fogalmak</p>	<p>Irracionális szám, valós szám. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. „Ha ..., akkor ...”). Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális.</p>	

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>2. Számtan, algebra</p>		<p>Órakeret 54 óra</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.</p>		
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.</p>		
<p>Ismeretek</p>	<p>Fejlesztési követelmények</p>	<p>Kapcsolódási pontok</p>	
<p>Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata.</p>	<p>Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása.</p>		
<p>Szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból.</p>	<p>Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele). A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok.</p> <p><i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel.</p> <p><i>Földrajz:</i> a pénzvilág működése.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tudatos élelmiszer-választás, becslések, mérések, számítások.</p>	

		<i>Társadalmi, állampolgári és gazdasági ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet. A diszkrimináns fogalma. A diszkrimináns előjele és a valós megoldások száma közötti összefüggés.	Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (szorzattá alakítás, teljes négyzetté kiegészítés). Ismeretek tudatos memorizálása (rendezett másodfokú egyenlet és megoldóképlet összekapcsolódása). A megoldóképlet biztos használata.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.
Hiányos másodfokú egyenletek.		
Másodfokú egyenletre vezető gyakorlati problémák, szöveges feladatok.	Matematikai modell (másodfokú egyenlet) megalkotása a szöveg alapján. A megoldás ellenőrzése, gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.
Gyöktényező alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása.	Algebrai ismeretek alkalmazása.	
Gyökök és együtthatók összefüggései. <i>Matematikatörténet: Segner</i>	Önellenőrzés: egyenlet megoldásának ellenőrzése.	
Néhány egyszerű magasabb fokú egyenlet megoldása. <i>Matematikatörténet:</i> részletek a harmad- és ötödfokú egyenlet megoldásának történetéből.	Annak belátása, hogy vannak a matematikában megoldhatatlan problémák.	
Egyszerű négyzetgyökös egyenletek. $\sqrt{ax + b} = cx + d$.	Megoldások ellenőrzése.	<i>Fizika:</i> például egyenletesen gyorsuló mozgással kapcsolatos kinematikai feladat.
Másodfokú egyenletrendszer. A behelyettesítő módszer.	Egyszerű másodfokú egyenletrendszer megoldása. A behelyettesítő módszerrel is megoldható feladatok. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	
Egyszerű másodfokú egyenlőtlenségek. $ax^2 + bx + c \geq 0$ (vagy > 0) alakra visszavezethető egyenlőtlenségek ($a \neq 0$).	Egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. Másodfokú függvény eszközjellegű használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata. Matematikai programok használata.
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.	
Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között. Gyakorlati példa minimum és maximum probléma megoldására.	Geometria és algebra összekapcsolása az azonosság igazolásánál. Gondolatmenet megfordítása.	<i>Fizika:</i> minimum- és maximumproblémák.

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Másodfokú egyenlet, diszkrimináns. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Számítási közép, mértani közép.
------------------------------------	---

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok		Órakeret 11 óra
Előzetes tudás	Alapfüggvények ábrázolása, jellemzése és transzformációja. Egyértelmű és kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés. Képhalmaz, helyettesítési érték.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.		
Másodfokú egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer grafikus megoldása. A zérushely algebrai jelentése.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz:</i> számítási feladatok.	
Az $x \mapsto ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \mapsto a(x - u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény. Valós függvény. Függvényérték. Értelmezési tartomány, értékterület, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőérték, szélsőérték.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria		Órakeret 48 óra
Előzetes tudás	Sokszögek, háromszögek tulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek tulajdonságai. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai. A Pitagorasz-tétel ismerete.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata. Igényesség az írásbeli munkában, eredményesség és a pontosság, precizitás kapcsolata.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Geometriai alapfogalmak. Tételek, távolságok és szögek értelmezése. (Folyamatosan a 9-10. évfolyamon.)	Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése.		
Kör és részei (9-10. évfolyamon folyamatosan)	Fogalmak pontos ismerete.	<i>Fizika:</i> körmozgás, a körpályán mozgó test sebessége.	

		<i>Vizuális kultúra:</i> építészeti stílusok.
Összefüggés a középponti és a kerületi szögek között Látókörív szerkesztése		
A körcikk területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között .	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	
A szög mérése. A szög ívmértéke.	Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegység-választás, mérőszám.	<i>Fizika:</i> szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás. <i>Földrajz:</i> tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás.
Négyszögek és a kör		
Vektorok összege, két vektor különbsége síkban és térben. Vektorműveletekre vonatkozó azonosságok.	Műveleti analógiák (összeadás, kivonás).	<i>Fizika:</i> erők összege, két erő különbsége, vektormennyiség változása (pl. sebesség-változás).
Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Arányos osztás. A hasonlósági transzformáció.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Hasonló alakzatok.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása: a megfelelő szakaszok hosszának aránya állandó, a megfelelő szögek egyenlők, a kerület, a terület, a felszín és a térfogat változik.	
A háromszögek hasonlóságának alapesetei.	Szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése. Ismeretek tudatos memorizálása.	
A hasonlóság alkalmazásai. Háromszög középvonalai , súlyvonalai, súlypontja, hasonló síkidomok kerületének, területének aránya.	Új ismeretek matematikai alkalmazása.	<i>Fizika:</i> súlypont, tömegközéppont. <i>Vizuális kultúra:</i> összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.
Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben. Két pozitív szám mértani közepe.	Ismeretek tudatos memorizálása, alkalmazása szakaszok hosszának számolásánál, szakaszok szerkesztésénél.	
A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen.	Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése: geometriai modell.	<i>Földrajz:</i> térképkészítés, térképolvasás.
Hasonló testek felszínének, térfogatának aránya.	Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	<i>Biológia-egészségtan:</i> példák arra, amikor adott térfogathoz nagy felület (pl. fák levelei) tartozik.
Vektor szorzása valós számmal.	Új műveletfogalom kialakítása és gyakorlása.	<i>Fizika:</i> Newton II. törvénye.

Vektorok felbontása összetevőkre.	Ismeretek mozgósítása új helyzetben. Emlékezés korábbi információkra.	<i>Fizika:</i> eredő erő, eredő összetevőkre bontása.
Bázisvektorok, vektorkoordináták síkban és térben.	Elnevezések, jelek és egyéb megállapodások megjegyzése. Emlékezés definíciókra.	<i>Fizika:</i> helymeghatározás, erővektor felbontása összetevőkre.
Hegyszög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense. Nevezetes hegyesszögek (30°, 45°, 60°) szögfüggvényei.		<i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.
A Pitagorasz-tétel és a hegyesszög szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben.	A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása.	<i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Sokszög. Háromszög, négyszög, speciális háromszög, speciális négyszög. Belső szög, külső szög, középponti szög, átló. Kerület, terület. Hasonló. Arány. Vektor, vektorművelet. Szinusz, koszinusz, tangens, kotangens.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika		Órakeret 7 óra
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság, eloszlás, kördiagram, oszlopdiagram, vonaldiagram).	Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatként való jegyzése. Diagramok, táblázatok olvasása, készítése. Grafikai szervezők összevetése más formátumú dokumentumokkal, következtetések levonása írott, ábrázolt és számszerű információ összekapcsolásával. Számítógép használata.	<i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). <i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.	
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz.	A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése. Nagy adathalmaz vizsgálata kevés statisztikai jellemzővel: előnyök és hátrányok.	<i>Informatika:</i> statisztikai adatelemzés.	
Véletlen kísérlet, véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény. Véletlen esemény bekövetkezésének esélye, valószínűsége. <i>Matematikatörténet:</i> Hatvani	A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísérleti úton megadható, megbecsülhető esélye, valószínűsége. Kísérletek, játékok csoportban.	<i>Biológia-egészségtan:</i> öröklés, mutáció.	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Adat. Diagram, táblázat. Módusz, medián, átlag. Véletlen kísérlet. Biztos esemény, lehetetlen esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség.
------------------------------------	---

A fejlesztés várt eredményei a 10. évfolyam végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete. – Értsék és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Egyszerű leszámítási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban. – Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására. <p><i>Számtan, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok. – Másodfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése. A diszkrimináns jelentése, – Másodfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése. – Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. – Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása. – A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére. <p><i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A másodfokú függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete. – Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása. – Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján. – A tanulók tudják a másodfokú függvényt ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A hasonlósági transzformáció tulajdonságainak ismerete. – Hasonló alakzatok, két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat). – Háromszögek középvonala, súlyvonala, súlypontja. Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel és a hegyesszögek szögfüggvényeivel; magasságtétel és befogótétel ismerete. – Vektor fogalmának ismerete; három művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal; vektor felbontása, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben. – Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.
--	---

	<ul style="list-style-type: none"> – A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődött a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diskussziós képessége. – A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni. – Írásbeli munkájukban törekednek az igényes, pontos munkavégzésre. <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása. – Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése. – Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása. – Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. – Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése. – A valószínűség-számítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődött. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét.
--	--

11. évfolyam

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek		Órakeret 16 óra
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámítási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. Permutáció (ismétlés nélküli, ismétléses), kombináció (ismétlés nélküli), variáció (ismétlés nélküli, ismétléses). A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel.	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Földrajz:</i> előrejelzések, tendenciák megfogalmazása <i>Biológia-egészségtan:</i> genetika	
Binomiális együtthatók. Pascal-háromszög. Binomiális együtthatók néhány alapvető tulajdonságai.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.		
Gráfelméleti alapfogalmak (pont, él, fokszám, teljes gráf), alkalmazásuk. Fokszám összeg és az élek száma közötti összefüggés. <i>Matematikatörténet:</i> Euler.	Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra Hatvány, gyök, logaritmus		Órakeret 34 óra
Előzetes tudás	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Négyzetgyökvonás azonosságai n -edik gyök. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.		
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása.		
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.		
A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek. Exponenciális egyenlőtlenségek	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák - demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.	
A logaritmus értelmezése. <i>Matematikatörténet:</i> A logaritmussal való számolás szerepe (például a Kepler-törvények felfedezésében).	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Fizika:</i> Kepler-törvények.	
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.	
A logaritmus azonosságai.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.		
A definíciók és a logaritmus azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható logaritmosos egyenletek. Logaritmosos egyenlőtlenségek.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Biológia-egészségtan:</i> érzékelés, az inger és az érzet.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	n -edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok		Órakeret 23 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai, transzformációi. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Ismerethordozók használata.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények: $f(x) = \sin x, f(x) = \cos x, f(x) = \operatorname{tg} x$.	A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.	<i>Fizika:</i> periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.	
A trigonometrikus függvények transzformációi ($f(x) + c, f(x + c)$ és $c(fx)$). Ábrázolásuk és jellemzésük a tanult szempontok alapján	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.	
Az exponenciális függvények. Az exp. függvény egyszerű transzformációi (2 lépés)	Permanenciaelv alkalmazása.		
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvény modell): a lineáris és az exponenciális növekedés/csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok stb.).	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz:</i> a társadalmi- gazdasági tér szerveződése és folyamatai. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek;</i> <i>földrajz:</i> globális kérdések: - erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában.	
A logaritmusfüggvények és transzformációi ($f(x) + c, f(x + c)$ és $c(fx)$) Ábrázolásuk és jellemzésük a tanult szempontok alapján. A logaritmus függvény egyszerű transzformációja (2 lépés)			
A logaritmusfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben.		<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás.	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Színuszfüggvény, koszínuszfüggvény, tangensfüggvény. Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat.
------------------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria		Órakeret 44 óra
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Számológép (számítógép) használata.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Elemi geometriai ismeretek. Színusztétel, koszínusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).	<i>Fizika:</i> vektor felbontása adott állású összetevőkre. <i>Földrajz:</i> térbrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.	
Síkidomok kerületének és területének számítása.	Ismeretek alkalmazása.	<i>Földrajz:</i> felszínszámítás.	
Pitagoraszi összefüggés egy szög szinusza és koszínusza között. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusza, illetve koszínusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszínusz hányadosaként.	A trigonometrikus azonosságok megértése, használata. Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában.		
Egyszerű trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus egyenlet.	A problémához hasonló egyszerű probléma keresése.	<i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.	
Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele a skaláris szorzat alapján.	A művelet újszerűségének felfedezése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése, megkülönböztetése.	<i>Fizika:</i> mechanikai munka, mágneses fluxus.	
Helyvektor.	Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.	<i>Fizika:</i> vonatkoztatási rendszer, hely megadása.	
Műveletek koordinátaikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés. Párhuzamos és merőleges vektorok koordinátái.	A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.	<i>Fizika:</i> erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képpalkotás (hologram).	
A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	<i>Fizika:</i> hely megadása.	

Két pont távolsága, a szakasz hossza. Elemi háromszög- és négyszög-geometriai feladatok megoldása koordináta-geometriai eszközökkel.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	
A kör egyenlete. Kétismeretlenes másodfokú egyenletből a kör középpontjának és sugarának meghatározása. A köregyenlet vizsgálata	Geometria és algebra összekapcsolása.	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Iránytangens és az egyenes meredeksége.		<i>Fizika:</i> út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata.
A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal.	Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.	
Az egyenes egyenlete. Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értéke, használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Két egyenes metszéspontja. Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A kör adott pontjában húzott érintője.	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A koordináta-geometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában.	Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata). <i>Fizika:</i> égitestek pályája.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valós szám szinusza, koszinusza, tangense. Bázisrendszer, helyvektor. Skaláris szorzat. Ponthalmaz egyenlete; kétismeretlenes egyenletnek megfelelő ponthalmaz.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika		Órakeret 14 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek értelmezése az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	

Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események. Események előállításuk elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Logikai műveletek, halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	<i>Informatika:</i> folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.
Véletlen esemény, valószínűség. A valószínűség matematikai definíciójának bemutatása példákon keresztül.	A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata.	
A valószínűség klasszikus modellje. Esemény komplementerének valószínűsége. <i>Matematikatörténet:</i> Rényi: Levelek a valószínűségről.	A modell és a valóság kapcsolata.	
Egyszerű valószínűség-számítási problémák.	Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.	<i>Fizika:</i> az űrkutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége.
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén. Visszatevés nélküli mintavétel.	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, átlagos abszolút eltérés szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.	A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése. Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell. Szórás.	

A fejlesztés várt eredményei a 11. évfolyam végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. – A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásában. – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény felismerése a következtetésben. – A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. – A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani – A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is. <p><i>Számтан, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete. – A logaritmus fogalmának ismerete. – A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából.
--	--

	<ul style="list-style-type: none"> – Egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése. – A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával. – Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban. <p><i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Trigonometrikus függvények értelmezése, alkalmazása. – Függvénytranszformációk végrehajtása. – Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény ismerete. – Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése. – Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében. – A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban. – A valós problémákhoz geometriai modell alkotása. – Hosszúság, szög, terület, felszín és térfogat kiszámítása. – Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása. – Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása. – A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása. <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében. – A valószínűség matematikai fogalma. – A valószínűség klasszikus kiszámítási módja. – Visszatevés nélküli és visszatevéses mintavétel. – A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni. – Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.
--	--

12. évfolyam

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámllási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak. Mintavétel.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok és szemléltetésük gráfokkal. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban.	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Földrajz:</i> előrejelzések, tendenciák megfogalmazása <i>Biológia-egészségtan:</i> genetika

Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel, gyakorlati alkalmazások. <i>Matematikatörténet: Erdős Pál.</i>		
Gráfelméleti alapfogalmak alkalmazása.	Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. Permutáció, variáció, kombináció.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Összefüggések, függvények, sorozatok		Órakeret 18 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Egyenletek, egyenletrendszerek megoldása. Százalékszámítás.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Sorozat vizsgálata; képletek értelmezése. Ismerethordozók használata.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. <i>Matematikatörténet: Fibonacci.</i>	Sorozat megadása rekurzióval, képlettel és utasítással.	<i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.	
Számtani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. A számtani sorozat és a számtani közép. <i>Matematikatörténet: Gauss.</i>	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.		
Mértani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. A mértani sorozat és a mértani közép.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.	<i>Fizika:</i> nehézségi gyorsulás; <i>Fizika; kémia, biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> exponenciális folyamatok vizsgálata.	
Kamatoskamat-számítás. Különbéle gyakorlati problémák megoldása.	Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye. Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás). A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása.	<i>Földrajz:</i> a világgazdaság szerveződése és működése, a pénzügyi világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés.	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Számsorozat. Rekurzió. Számítási sorozat, mértani sorozat. Kamatos kamat.
--------------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Geometria		Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Háromszögek, négyszögek, szabályos sokszögek, kör területe, kerülete. A körív hossza, a körcikk területe.. Szögfüggvények. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Síkidomok kerületének és területének számítása: sokszögek és görbe vonallal határolt síkidomok kerülete, területe.	Ismeretek alkalmazása.	<i>Földrajz:</i> felszínszámítás.	
Térelemek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének meghatározása. Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúla és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek).	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgéometriai szimulációs program). <i>Kémia:</i> kristályok.	
A tanult testek hálói, nézetük, vetületeik, síkmetszetük. A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok.	A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása. A számítások során előzetes becslés, a számológép figyelmes használata, az eredmény értelmes kerekítése, összevetése a valósággal. Gondosan elkészített ábra.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgéometriai szimulációs program).	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Felszín, térfogat.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Valószínűség, statisztika		Órakeret 11 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek értelmezése az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
A valószínűség klasszikus modellje.	A modell és a valóság kapcsolata.		
Valószínűség-számítási problémák.	Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.	<i>Fizika:</i> az úrkutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége.	

<p>Statisztikai mintavétel. A reprezentatív minta fogalma, jelentősége. Valószínűségek visszatevéses mintavétel és visszatevés nélküli mintavétel esetén. Binomiális eloszlás.</p>	<p>Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.</p>	<p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.</p>
<p>Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás, átlagos abszolút eltérés. Ismert átlagú adathalmazok egyesítésének átlaga. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal. Adathalmazok összehasonlítása statisztikai mutatók alapján. Gyakorisági diagram. Osztályba sorolás. Különböző diagramok készítése.</p>	<p>A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése. Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell. Szórás.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Rendszerező összefoglalás		Órakeret 61 óra
Előzetes tudás	A középiskolai matematika anyaga.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i>			
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai. Halmazműveletek.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).		
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	<p><i>Filozófia:</i> logika - a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez.</p> <p><i>Informatika:</i> Egy bizonyos, nemrég történt esemény információinak begyűjtése több párhuzamos forrásból, ezek összehasonlítása, elemzése, az igazságtartalom keresése, a manipulált információ felfedése. Navigációs eszközök használata: hierarchizált és legördülő menük használata.</p>	

A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	
Bizonyítási módszerek.	Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.	<i>Filozófia</i> : szillogizmusok.
Kombinatorika: leszámítási feladatok. Permutáció, variáció, kombináció Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.	Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.	
<i>Számтан, algebra</i>		
Gyakorlati számítások. Szövegelemzést igénylő, hosszú szövegű számítási feladatok .	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat</i> : alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.
Egyenletek és egyenlőtlenségek.	Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével.	
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok. Az azonosságok alkalmazása.	Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek</i> : képletek használata
Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	
Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.	Tanult egyenlet típusok és egyenlőtlenség típusok önálló megoldása.	
Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok. A szöveg	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és</i>

értelmezése, adatok rendszerezése, számítások, az eredmény vizsgálata.		<i>állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>
<i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i>		
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai. A függvények tulajdonságainak használata grafikonok elemzésénél.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	
Függvénytranszformációk: $f(x) + c$, $f(x + c)$; $cf(x)$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	
Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	Emlékezés, ismeretek mozgósítása.	
	Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	<i>Fizika, kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>
A számtani és a mértani sorozat.	A sorozatok felismerése szöveges feladatokban, a tanult ismeretek alkalmazása.	
<i>Geometria</i>		
Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok.		
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása síkban és térben.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.		
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk feladatokban. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.	
Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.	

Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.		
Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.		
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig.		
Vektorok alkalmazásai.		
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Két alakzat közös pontja. <i>Matematikatörténet:</i> nevezetes szerkeszthetőségi problémák.	Geometria és algebra összekapcsolása.	
<i>Valószínűség-számítás, statisztika</i>		
Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a tartalom értékelése hihetőség szempontjából; a szöveg hitelességével kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, többjelentésű tartalmi elemek feloldása; egy következtetés alapját jelentő tartalmi elem felismerése; az olvasó előismereteire alapozó figyelemfelhívó jellegű címadás felismerése.
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei. Nyerési esély egyszerű játékokban.	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan:</i> szenvedélybetegségek és rizikófaktor.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Térelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.	

A fejlesztés várt eredményei a 12. évfolyam végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. – A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásában. – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. – A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.
--	---

	<ul style="list-style-type: none"> – A tanulók a rendszerezett összeszámlálás és a tanult összefüggések segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani <p><i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások. <p><i>Geometria.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban. – A valós problémákhoz geometriai modell alkotása. – A hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása. <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Statisztikai mutatók használata adathalmazok elemzésében, összehasonlításukban. Gyakorisági diagram, osztályba sorolás. Reprezentatív minta. – A valószínűség matematikai fogalma. – A valószínűség klasszikus kiszámítási módja. – Visszatevés nélküli mintavétel, visszatevéses mintavétel: binomiális eloszlás <p><i>Összességében</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat. – Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat. – Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni. – Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket. – Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni. – A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket. – A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére. – A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége. – A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálatásuk a magyar matematikusok eredményeire.
--	---

5. A tantárgyi értékelés formái, szempontjai

Az értékelés alapvető célja a nevelési-oktatási folyamatról való visszajelzés a pedagógus (az iskola) és a tanuló számára. A rendszeres értékelés lehetővé teszi a tanulási és a tanítási stratégia módosításait, a tanuló minősítését és az egész pedagógiai folyamat hatékony befolyásolását. A matematikai értékelés során fontos, hogy minden esetben képet kapjunk a tanuló tantárgyra vonatkozó attitűdjéről. Az értékelés az iskolában irányulhat egy tanulóra, egy valamilyen szempontból válogatott tanulócsoporthoz, osztályra, évfolyamra vagy az iskola összes tanulója.

A tanuló tanulmányi munkájának értékelése kiterjed a tanuló teljes tevékenységi rendszerére, azaz a következőkre:

- órai munka,
- házi feladat elkészítése,
- szóbeli megnyilvánulások: szakkifejezések ismerete, precíz használata, tételek, definíciók pontos ismerete, azok elmondása,
- szorgalmi feladatok vállalása, elkészítése,
- projektben való részvétel,
- készülés versenyekre és azokon részvétel,
- az írásbeli munkák tartalmi és formai igényességére (dolgozatok, IKT eszközökkel készített dokumentumok, stb.),

A gimnáziumi matematika tanulás-tanítás során külső értékelés:

- országos kompetenciamérés (6-8-10. évfolyam, írásbeli)
- érettségi vizsga (12. évfolyam)
középszinten: írásbeli illetve a javító vizsga szóbeli
emelt szinten: írásbeli és szóbeli

A gimnáziumi matematika tanulás-tanítás során alkalmazott belső értékelési módok:

- témaközi dolgozat (minden évfolyamon, diagnosztikus),
- „röpdolgozat”
- témazáró dolgozat (minden évfolyamon, anyagrészek lezárásakor, írásbeli, szummatív),
- szóbeli felelet (fejlesztő értékelés)
- „próbaérettségi” (12. évfolyam, írásbeli, szummatív)
- félévi és év végi értékelés (az addigi teljesítmény figyelembevételével, szummatív illetve fejlesztő értékelés)

A felsorolt értékelési módokat a szaktanár belátása szerint alkalmazza, kivéve a témazáró dolgozatokat és a próbaérettséget, melynek megírása kötelező.

A minősítéssel járó értékelés esetén az értékelés viszonyítási alapját az érintett ismeretanyag, annak eljárásai, módszerei és feladatanyaga jelentik. A minősítéssel járó értékelés (dolgozat) előtt a tanulót tájékoztatni kell a következőkről (kivéve, ha a tanulók röpdolgozatot) írnak:

- a dolgozat jól körülhatárolt ismeretanyaga,
- a várható feladattípusok (feladatmegoldás, elméleti kérdés),
- a feladatlap jellege (teszt vagy részletes kidolgozást igénylő feladatok, a feladatok mennyisége),
- a dolgozatírás ideje, helye,
- a dolgozatírás időtartama,
- a használható segédeszközök,
- a kapott minősítés súlya.

A tanuló tanulmányi munkájának, teljesítményének **egységes értékelése** érdekében a tanulók írásbeli értékelésekor az elért teljesítmény (pontszám) érdemjegyekre történő átváltását a következő arányok alapján végezzük.

<u>Teljesítmény</u>	<u>Érdemjegy</u>
0-29%	elégtelen (1)
30-49%	elégséges (2)
50-69%	közepes (3)
70-89%	jó (4)
90-100%	jeles (5)

Az utolsó két évfolyamon a tanulók értékelése a közép – ill. emelt szintű érettségi vizsgához igazodik.

Az elmúlt egy-két óra ismeretanyagát felölelő vagy házi feladatból íratott dolgozatot, röpdolgozatot, nem kell bejelenteni és ezekre a tájékoztatási kötelezettség nem vonatkozik. A tanév megszervezésekor azonban ezen dolgozatok írásának lehetőségére fel kell hívni a tanulók figyelmét. Témazáró dolgozatokkal kapcsolatos kérdéseket a pedagógiai program szabályozza (bejelentés, javítás ... stb)

Legkésőbb a dolgozat megírását követő tizedik tanítási napon a tanulónak ki kell osztani a kijavított, osztályzattal ellátott dolgozatot. Ha ez a határidőn belül nem történik meg, akkor a tanuló számára a kapott érdemjegy választható lesz. Ha a tanuló nem kéri az osztályzatot, akkor meg kell ismételnie azt, a témakör anyagából összeállított az eredetivel azonos nehézségű, más kérdéssor alapján. A dolgozatok kiosztásánál a pedagógus ismerteti az osztályzatok ponthatárait. A témazáró dolgozat feladatainak megoldását részletesen meg kell beszélni a tanulókkal (dolgozatjavítás).

Egyéb kérdésekben a pedagógiai program általános útmutatói az irányadóak.

6. Középszintű érettségi témakörök felsorolása (csak középiskolában)

A középszintű érettségi a mai társadalomban tájékozódni és alkotni tudó ember matematikai ismereteit követeli meg, ami elsősorban a matematikai fogalmak, tételek gyakorlati helyzetekben való ismeretét és alkalmazását jelenti.

1. Gondolkodási módszerek, halmazok, logika, kombinatorika, gráfok
 - 1.1. Halmazok
 - 1.2. Matematikai logika
 - 1.3. Kombinatorika
 - 1.4. Gráfok
2. Számelmélet, algebra
 - 2.1. Alapműveletek
 - 2.2. Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek
 - 2.3. Racionális és irracionális számok
 - 2.4. Valós számok
 - 2.5. Hatvány, gyök, logaritmus
 - 2.6. Betűs kifejezések
 - 2.7. Arányosság
 - 2.8. Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek, egyenlőtlenségrendszerek
 - 2.9. Középértékek, egyenlőtlenségek
3. Függvények, analízis elemei
 - 3.1. A függvény
 - 3.2. Egyváltozós valós függvények
 - 3.3. Sorozatok
 - 3.4. Az egyváltozós valós függvények analízisének elemei
4. Geometria, koordinátagometria, trigonometria
 - 4.1. Elemi geometria
 - 4.2. Geometriai transzformációk
 - 4.3. Síkbeli és térbeli alakzatok
 - 4.4. Vektorok a síkban és a térben
 - 4.5. Trigonometria
 - 4.6. Koordinátagometria
 - 4.7. Kerület, terület
 - 4.8. Felszín, térfogat
5. Valószínűség-számítás, statisztika
 - 5.1. Leíró statisztika
 - 5.2. A valószínűség-számítás elemei

7. Függelék:

A tankönyvek kiválasztásakor fontos ismerni azok felépítését, használhatóságát.

Tanulmányi segédletek, taneszközök felsorolása:

- Körző, vonalzó.
- Zsebszámológép tanulói használatra.
- Grafikus számológép, személyi számítógép a tanórai munkához.
- Kézikönyvek, feladatgyűjtemények.
- Multimédiás adathordozók (CD-ROM-ok), Internet.