



Kiskunhalasi Református Kollégium Szilády Áron Gimnáziuma
Kiskunhalas

Matematika

Helyi tantárgyi tanterv

Matematika tagozatos csoportok

A tantárgy nevelési és fejlesztési célrendszere megvalósításának iskolai keretei:

- 5-12. évfolyam: általános tantervű tanulócsoporthoz osztálykeretek között, a középszintű érettségi vizsgára való felkészítéssel. (4 óras)
- 9-12. évfolyam: általános tantervű tanulócsoporthoz osztálykeretek között, a középszintű érettségi vizsgára való felkészítéssel. (4 óras)
- 9-12. évfolyam: emelt óraszámú tanulócsoporthoz (matematika tagozat), az emelt szintű érettségi vizsgára való felkészítéssel (5 + 5 + 6 + 7 óras)
- 11-12. évfolyam: emelt szintű érettségi vizsgára felkészítő képzés évfolyam szinten szervezett csoportban (2 + 3 óras)

A tantárgy órakerete az emelt óraszámú matematika tagozatos, emelt szintű érettségire felkészítő csoportokban:

<i>Évfolyam</i>	<i>Heti órakeret</i>	<i>Évi órakeret</i>	<i>Kerettantervi órakeret</i>	<i>Helyi tervezésű órakeret</i>
9.	5	180	162	18
10.	5	180	162	18
11.	6	216	162	54
12.	7	224	144	80

A tantárggyal kapcsolatos pedagógiai szervezési megjegyzések:

- A szabadon tervezhető órakeretből a tantárgy a 11. évfolyamon a kerettantervi javaslatához képest heti 1 órát, 12. évfolyamon heti 2 órát kapott az emelt szintű érettségire való felkészítéshez.
- A tanulónak lehetősége van a matematika tagozatos csoportból átmennie az általános tantervű csoportba, illetve általános tantervű csoportból tagozatos csoportba. Ennek módját a pedagógiai program szabályozza.
- Az érettségire való jelentkezésnél a hatályos 100/1997-es kormányrendeletben megfogalmazott feltételt (12 §) alkalmazzuk.

A helyi tanterv alapját jelentő kerettanterv:

A kerettantervek kiadásának és jóváhagyásának rendjéről szóló 51/2012. (XII. 21.) EMMI rendelet 3. sz. mellékletében a 3.3. Emelt óraszámú kerettantervek Emelt matematika A változat cím alatt megjelent Matematika kerettanterv alapján készült helyi tanterv.

Megjegyzés:

- A tanulók felzárkóztatására, tehetséggondozásra szakköri kereteken belül is lehetőséget biztosítunk, amennyiben a fenntartó engedélyezi.
- Lehetőséget biztosítunk a tanév folyamán a tanulóknak a versenyeken való részvételre, melyek a következők:
 - o Bács-Kiskun Megyei Matematikaverseny (5-12. évfolyam)
 - o Zrínyi Ilona Matematikaverseny (5-12. évfolyam)
 - o Református Iskolák Matematika Versenye (7-12. évfolyam)
 - o Kenguru (5-12. évfolyam)
 - o Varga Tamás Matematikaverseny (7-8. évfolyam)
 - o Bolyai Matematika Csapatverseny (5-8. évfolyam)
 - o Arany Dániel Matematikaverseny (9-10. évfolyam)
 - o Kalmár László Matematikaverseny (5-8. évfolyam)
 - o OKTV (11-12. évfolyam)

A tantárgy helyi minta tantervét kidolgozta: Nyögéri Imre

A tantárgy helyi tantervét véleményezte, a nevelőtestület számára elfogadásra javasolta:

A helyi tantárgyi tanterv áttekintése

A tantárgy helyi tantervében a kerettanterv kiegészítésére biztosított órakeret

1. táblázat

9. évfolyam:			
Tematikai egység rövid címe	Kerettantervi óraszám 9-10/9	Helyi többlet-óraszám (10%)	Témakör összidőkerete
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	30/16	5	21
2. Számтан, algebra	125/70	7	77
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	38/24	6	30
4. Geometria	84/44	0	44
5. Valószínűség, statisztika	17/8	0	8
Ismétlés	15/8	0	8
Számonkérés	15/8	0	8
Évfolyam összesen	324/162	18	180

10. évfolyam:			
Tematikai egység rövid címe	Kerettantervi óraszám 9-10/10	Helyi többlet-óraszám (10%)	Témakör összidőkerete
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	30/14	3	15
2. Számтан, algebra	125/55	5	60
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	38/14	4	16
4. Geometria	84/40	4	40
5. Valószínűség, statisztika	17/9	2	9
Ismétlés	15/7	0	7
Számonkérés	15/7	0	7
Évfolyam összesen	324/162	18	180

11. évfolyam:				
Tematikai egység rövid címe	Kerettantervi óraszám 11-12/12	Helyi többlet óraszám (10%)	Pluszóra miatti többlet-óraszám	Témakör összidő-kerete
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	22/11	2		13
2. Hatvány, gyök, logaritmus	30/30	4	6	40
3. Trigonometria	40/40	4	6	50
4. Koordináta geometria	28/28	4	8	40
5. Sorozatok	15/15	4	6	25
6. Nevezetes egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok elemi megoldása	15/0			0
7. Folytonosság, differenciálszámítás	30/30		6	36
8. Integrálszámítás, téreometria	40/0	0		0
9. Statisztika	20/0	0		0
10. rendszerező összefoglalás	47/0	0		0
Ismétlés	9/4	0		4
Számonkérés	10/4	0	4	8
Évfolyam összesen	306/162	18	36	216

12. évfolyam:				
Tematikai egység rövid címe	Kerettantervi óraszám 11-12/12	Helyi többlet óraszám (10%)	Pluszóra miatti többlet-óraszám	Témakör összidő-kerete
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	22/11	2	3	16
2. Hatvány, gyök, logaritmus	30/0	0	0	0
3. Trigonometria	40/0	0	0	0
4. Koordináta geometria	28/0	0	0	0
5. Sorozatok	15/0	0	0	0
6. Nevezetes egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok elemi megoldása	15/15	2	3	20
7. Folytonosság, differenciálszámítás	30/0	0	0	0
8. Integrálszámítás, téreometria	40/40	4	10	54
9. Statisztika	20/20	4	2	26
10. rendszerező összefoglalás	47/47	4	40	91
Ismétlés	9/5	0	0	5
Számonkérés	10/6	0	6	12
Évfolyam összesen	306/144	16	64	224

A tantárgy helyi tantervében a kerettanterv kiegészítésére biztosított órakeret felhasználása

9. évfolyam:	Szabad órakeret:	18
--------------	------------------	----

Tematikai egység	Téma	Óraszám
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Logikai szita	2
	Műveletek intervallumokkal	2

	Végtelen halmazok számossága.	1
2. Számтан, algebra	Teljes négyzetté kiegészítés, szorzattá alakítás	2
	Műveletek algebrai törtekkel	1
	Algebrai törtes egyenletek, egyenlőtlenségek	2
	Több abszolútértéket tartalmazó egyenletek, egyenlőtlenségek	1
	Egyenlet logikai értelmezése	1
	Cramer-szabály.	1
	Százalékszámítás	1
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	$f(x) = a(x - u)^2 + v$ függvények transzformációja, jellemzése	1
	Függvények abszolútértéke	1
	Összetett függvény	2
	Összesen:	18

10. évfolyam:	Szabad órakeret:	18
---------------	------------------	----

Tematikai egység	Téma	Óraszám
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Skatulya-elv	2
	Szükséges, elégséges feltételek.	1
2. Számтан, algebra	A diszkrimináns és a főgyűrthető jelentősége függvények és egyenlőtlenségek megoldásában	1
	Paraméteres másodfokú egyenletek megoldása.	2
	Szélsőérték feladatok	2
	Gyökös egyenletek megoldása	1
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Másodfokú és négyzetgyökfüggvény, inverz függvény kapcsolat	1
	Trigonometrikus függvények transzformációi	2
4. Geometria	Háromszögek különböző adatainak kiszámítása szögfüggvények segítségével	2
	Látószög, emelkedési szög, hajlásszög. kiszámítása	1
	Műveletek vektorokkal	2
	Hasonlóságon alapuló feladatok	1
	Összesen:	18

11. évfolyam:	Szabad órakeret:	54
---------------	------------------	----

Tematikai egység	Téma	Óraszám
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Számhalmazok, Casus irreducibilis. Algebrai és transzcendens számok	2
2. Hatvány, gyök, logaritmus	Exponenciális egyenletek egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldása.	4
	Logaritmusos egyenletek egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldása.	4

	Alkalmazások	2
3. Trigonometria	Műveletek vektorokkal, lineáris kombináció	1
	Vektorok skaláris szorzatával kapcsolatos feladatok	2
	Feladatok szinusz és koszinusztételre	1
	Térbeli feladatok szinusz és koszinusztételre	1
	Addíciós tételek	2
	Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	3
	4. Koordináta geometria	Koordinátaival adott vektorokkal végzett műveletek
Feladatok egyenes egyenleteire		2
Két ponton áthaladó egyenes egyenlete		1
Kör érintőegyenese		2
Két kör kölcsönös helyzete, hatványvonal		2
Parabola tengelyponti egyenletei		1
Parabola érintője		2
5. Sorozatok		Rekurzív sorozatok
	Sorozatok határértéke	2
	Nevezetes sorozathatárértékek	2
	Számtani sorozat	2
	Mértani sorozat	2
6. Nevezetes egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok elemi megoldása		0
7. Folytonosság, differenciálszámítás	Függvények határértéke	2
	Függvények folytonossága	2
	Differenciálszámítás	2
8. Integrálszámítás, térgeometria		0
9. Statisztika		0
10. rendszerező összefoglalás		0
Ismétlés		0
Számonkérés	Kisdolgozatok írása	4
	Összesen:	54

12. évfolyam:	Szabad órakeret:	80
---------------	------------------	----

Tematikai egység	Téma	Óraszám
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Logikai feladatok	5
2. Hatvány, gyök, logaritmus		0
3. Trigonometria		0
4. Koordináta geometria		0
5. Sorozatok		0
6. Nevezetes egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok elemi megoldása	Nevezetes közepek közötti egyenlőtlenségek alkalmazása	2
	Szélsőérték-feladatok megoldása függvénytulajdonságok segítségével	3
7. Folytonosság, differenciálszámítás		0
8. Integrálszámítás, térgeometria	Síkidomok területe	3
	Forgástestek térfogata	3

	Primitív függvény keresése különböző módszerekkel	4
	Improprius integrál	4
9. Statisztika	Statisztikai feladatok megoldása	6
10. Rendszerező összefoglalás	Gondolkodási módszerek	8
	Algebra és számelmélet	10
	Függvények	18
	Geometria	6
	Statisztika, valószínűség számítás	8
Ismétlés		
Számonkérés	Kisdolgozat	6
	Összesen:	80

Tantárgyi bevezető

A matematikatanítás pedagógiai célrendszere és feladatai

Az iskolai matematikatanítás *célja*, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról, mint tudásrendszerről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás *feladata* a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítőtje; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természet-tudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A matematika szerepe a kulcskompetenciák fejlesztésében

A matematika azon műveltségi területek egyike, amelynek tanítása során igen sok lehetőség adódik más műveltségi területekhez való kapcsolódásra, és a képességek sokirányú fejlesztésére. A tananyag egyes részleteinek páros- vagy csoportmunkában való feldolgozása, a feladat-megoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a *kommunikációs képesség* fejlesztésének, a *reális önértékelés* kialakulásának fontos területei. A problémák önálló megfogalmazása, az érvelés, a matematikai alapokra épülő bizonyítás, a feladatok szövegének értelmezése lehetőséget ad a *kommunikációs képesség fejlesztésére*.

A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által a hatékony, önálló tanulás módszereinek elsajátítása az *önálló ismeretszerzés* képességnek fejlesztése, a felsőfokú tanulást is előkészíti.

A matematika a lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), Internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a *digitális kompetencia* fejlődéséhez. A statisztikai kimutatások és az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a *vállalkozói kompetencia* fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához.

A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a *pénzügyi-gazdasági kompetenciák* kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Kiemelt szerepet szánunk azoknak az optimumproblémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan bevezetjük matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, értéknövekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknak azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része.

A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a *népművészetben és általában a művészetekben* való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulóknak, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított idő bőven meg-térül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutatunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (például informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, illetve például vegyész, grafikus, szociológus stb.), ezzel is segítve a tanulóknak *pályaválasztását*.

A matematika sajátos fejlesztési céljai a középfokú nevelés-oktatás szakaszában

A középiskola első évfolyamán sok, korábban már szereplő ismeret, összefüggés, fogalom újra előkerül, úgy, hogy a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségeik megismerésén van a hangsúly, melyek által a *fogalmak jelentése gazdagodik*. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenki által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.) A felsorolt célok az általános iskolai matematikatanítás céljaihoz képest jelentős többletet jelentenek, ezért is fontos, hogy változatos módszertani megoldásokkal tegyük könnyebbé az átmenetet. A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismertszerzés fő módszere a *tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése*, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása is.

A tanulóknak matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető *cél*, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő *modelleket*, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai

logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), *módszereket* (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és *leírásokat*. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő *képességek fejlesztése*. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére. A tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy *alkalmazni tudják matematikai tudásukat*, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatják. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt. A tanulók rendszeresen oldjanak meg *önállóan feladatokat*, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunktól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamatában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére.

A matematika tanulása a középiskolások számára egy 12 éven át tartó folyamat, amelyben az egyenletes fejlődés lehetőségét a Nat és a kerettantervek biztosítják. Ennek ellenére a tanuláshoz szükséges előfeltételek is vannak: átmenetek egyik pedagógiai szakaszból a következőbe, tanárváltások, iskolaváltás(ok). A középiskolába való belépés a pedagógus számára lehetőséget jelent arra, hogy a *matematikatudás módszereinek* megismertetésével, változatos pedagógiai eljárásokkal, odafigyeléssel lassan pozitív hozzáállást alakítson ki a kedvetlen tanulóban.

A matematika megszerettetésének igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú *játékok*, a matematikához kapcsolódó *érdekes problémák és feladványok*. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amilyeneket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni, ezzel a *problémamegoldás módszereit* gyakorolják és ezáltal fejlődik a *kreativitásuk* is. A matematikához való *pozitív attitűd* kialakításában komoly segítség lehet a *matematikatörténet* egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematika-tikai sejtések megfogalmazása, a nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. Ajánlott témák: a Königsbergi hidak problémája; az első magyar nyelvű matematika könyv a Debreceni Arithmetica; a párhuzamossági axióma problémája; prímszámokkal kapcsolatos kérdések, stb. Néhány tudós munkásságának megismerése a tananyag része: Eukleidész; Pitagorasz; Descartes; Bolyai Farkas; Bolyai János; Thalész; Euler; Gauss; Pascal; Cantor; Neumann;

Erdős; Pólya. Diákjaink megismerik a Debreceni Református Kollégium tudós professzorainak tevékenységét: Maróthi; Hatvani; Segner; Kerekes.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, *tételek bizonyítása* nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az *a bizonyítás iránti igény felkeltése*, a logikai levezetés szükségességének megértetése. Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra és az ismeretek más műveltségi területen való felhasználhatóságára.

A középiskolai tanulmányok vége felé közeledve a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az *analizáló és a szintetizáló képesség* további alakítása. Lényeges, hogy az utolsó két évfolyamon áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítsünk. Olyanokat, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a *matematikakülönböző területeinek összefüggéseit* s így a matematika komplexitását is bemutatjuk. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témaköre kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra.

Minden életkori szakaszban fontos a *differenciálás*, amely nemcsak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódnak a tanulóknak a kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

A matematika helyi tanterv tematikai egységei évfolyamonként

9 – 12. évfolyam

9. évfolyam

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok Halmazok, ponthalmazok	Órakeret 30 óra
Előzetes tudás	Csoportosítás különböző szempontok alapján. Halmazműveletek véges halmazokon. Halmazábra. Számhalmazok, ponthalmazok.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmaz fogalmának ismerete, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. Több szempont alkalmazása – megosztott figyelem fejlesztése. Definíciók, jelölések használata – az emlékezet fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Halmazok.</p> <p>Halmazokkal kapcsolatos ismeretek: halmazok megadásának különböző módjai, üres halmaz, részhalmaz, halmazok egyenlősége.</p> <p>Halmazműveletek: unióképzés, metszetképzés, különbségképzés, szimmetrikus differencia, komplementerhalmaz.</p> <p>A de Morgan azonosságok.</p> <p>Descartes-féle szorzat:</p> <p>A fogalmak ismételése, alkalmazása több halmazra. Pontos definíciók, jelölések használata.</p> <p>Halmazok felbontása diszjunkt halmazok uniójára.</p> <p>A halmazműveletek tulajdonságai.</p> <p>Összevetés a logikai műveletek tulajdonságaival.</p> <p>Halmazok számossága.</p> <p>n elemű halmaz részhalmazainak a száma.</p> <p>Véges és végtelen halmazok.</p> <p>Intervallumok, műveletek intervallumokkal.</p> <p>Alaphalmaz, komplementerhalmaz.</p> <p>Logikai szita formula 2 és 3 halmaz esetén.</p> <p>Végtelen halmazok számossága.</p> <p><i>Matematikatörténet: Georg Cantor.</i></p>		<p><i>Informatika:</i></p> <p>könyvtárszerkezet a számítógépen; adatbázis-kezelés, adatállományok, adatok szűrése különböző szempontok szerint.</p> <p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i></p> <p>mondatok, szavak, hangok rendszerezése.</p> <p><i>Biológia-egészségtan:</i></p> <p>rendszertan.</p>
<p>Konstrukciók. Lehetetlenségi bizonyítások.</p> <p>Adott tulajdonságú objektumok konstruálása.</p> <p>Adott tulajdonságú sorozatok készítése.</p> <p>Adott tulajdonságú halmazok konstruálása.</p> <p>Ábrák színezése, lefedése adott feltételek szerint.</p> <p>Annak indoklása, hogy valamely konstrukció nem hozható létre. (Invariáns mennyiség keresése.)</p>		
<p>Logika.</p> <p>Logikai műveletek: negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia.</p> <p>Rendszerező ismétlés feladatokon keresztül.</p> <p>A köznapi szóhasználat és a matematikai szóhasználat összevetése.</p> <p>Logikai és halmazelméleti műveletek kapcsolata.</p> <p><i>Matematikatörténet: Pólya György, George Boole.</i></p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Véges és végtelen halmaz, unió, metszet, különbség, komplementer halmaz.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.1. Valós számok	Órakeret 25 óra
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejből, írásban, számológéppel. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. A négyzetgyök fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Számkörbővítés elveinek megértése, a valós számok halmazának ismerete. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Indirekt bizonyítási módszer alkalmazása. Absztrakciós készség fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Számhalmazok:</p> <ul style="list-style-type: none"> - természetes számok, - egész számok, - racionális számok, - irracionális számok, - valós számok. <p>Mely műveletek nem vezetnek ki az egyes számhalmazokból? A racionális számok halmazán végzett műveletek biztonságos elvégzése – ismétlés, gyakorlás. Műveleti tulajdonságok alkalmazása: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számok tizedes tört alakja. Véges, végtelen szakaszos, végtelen nem szakaszos tizedes törtek. Számok normálalakja. Számolás normálalakban felírt számokkal. Normálalak a számológépen. A valós számok és a számegyenes kapcsolata. A racionális számok halmaza nem elegendő a számegyenes pontjainak jelölésére.</p>		<p><i>Fizika, kémia, biológia-egészségtan:</i> a tér, az idő, az anyagmennyiség nagy és kis méreteinek megadása normálalakkal.</p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valós szám, normálalak.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.2. Algebrai kifejezések használata	Órakeret 25 óra
Előzetes tudás	Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, $(a \pm b)^2$, $a^2 - b^2$, helyettesítési érték, zárójelfelbontás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Algebrai kifejezések. Egész kifejezések, polinomok, törtkifejezések. Racionális és nem racionális kifejezések.</p>		<p><i>Fizika; kémia:</i> mennyiségek kiszámítása képlet alapján, képletek átrendezése.</p>
<p>Nevezetes azonosságok: $(a \pm b)^2$, $(a + b + c)^2$, $a^2 - b^2$, $a^3 - b^3$, $a^3 + b^3$ Utalás $(a + b)^n$ kiszámításra Pascal-háromszög segítségével. Geometria: azonosságok „rajzos” igazolása.</p>		
<p>Azonos átalakítások. Polinomok összeadása, kivonása. Polinomok szorzása, hatványozása.</p>		

<p>Szorzáttá alakítás különböző módszerei. Polinom osztása polinommal. Algebrai törtekkel végzett műveletek. Algebrai törtek egyszerűsítése, összeadása, kivonása, szorzása, osztása. Kifejezések legnagyobb közös osztója, legkisebb közös többszöröse. <i>Matematikatörténet: algebra – Al-Hvarizmi.</i></p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Algebrai kifejezés, polinom, algebrai tört, azonosság.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.3. Oszthatóság	Órakeret 30 óra
Előzetes tudás	Osztó, többszörös, prímszám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A korábbi években szerzett ismeretek elmélyítése, bővítése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Osztó, többszörös, oszthatóság, oszthatósági szabályok. Az oszthatósági szabályok rendszerezése. Analógiák nem tízes alapú számrendszerek oszthatósági szabályaiban. NIM-játék. Példák egyéb számokkal (pl. 7-tel) való oszthatóságra tízes számrendszerben. Algebrai azonosságok alkalmazása oszthatósági feladatokban. Teljes indukció alkalmazása oszthatósági feladatokban.</p>		
<p>Prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás. A számelmélet alaptétele. Végtelen sok prímszám van. Néhány további tétel és sejtés a prímszámok elhelyezkedéséről. Osztók számának, összegének, szorzatának meghatározása a prímtényező felbontásból. Számelméleti függvények. Kis Fermat-tétel. Néhány speciális prím: pl. Mersenne-prímek, Fermat-prímek, faktoriális prímek, Sophie Germain-prímek. <i>Matematikatörténet: Euklidesz, Eratoszthenész, Euler, Fermat.</i></p>		<i>Informatika: nagy prímek szerepe a titkosításban.</i>
<p>Diofantoszi egyenletek. Lineáris diophantoszi egyenlet. Az $ax + by + cxy = d$ típusú diofantoszi egyenlet. Szöveges feladatok megoldása diofantoszi egyenlettel. <i>Matematikatörténet: Diofantosz.</i></p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Osztó, többszörös, prím, prímtényező felbontás, a számelmélet alaptétele, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.4. Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer	Órakeret 45 óra
Előzetes tudás	Egyismeretlenes, elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontossága. A	

	problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata. Az önellenőrzés képességének fejlesztése.
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Elsőfokú egyenletek. Egyenletek logikai értelmezése. Nyitott mondat, kijelentés, logikai érték. Alaphalmaz, megoldáshalmaz, igazsághalmaz. Ekvivalens átalakítások. Elsőfokú paraméteres egyenletek. Egyenletek grafikus megoldása.	<i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése, egyenletek rendezése.
Elsőfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. A korábban tanult módszerek elmélyítése. További módszerek szöveges feladatok megoldására. Példák egyenlet nélküli megoldási módszerekre.	<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika. <i>Kémia:</i> oldatok összetétele.
Törtes egyenletek, egyenlőtlenségek. Értelmezési tartomány vizsgálata, hamis gyök. Mikor lesz egy tört értéke nulla, pozitív, negatív?	
Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. (Több abszolút értéket tartalmazók is.) Abszolút értéket tartalmazó egyenlőtlenségek. Algebrai és grafikus megoldás.	<i>Fizika:</i> a mérés hibája.
Elsőfokú egyenletrendszerek. Egyenletrendszerek grafikus megoldása. Behelyettesítő módszer. Egyenlő együtthatók módszere. Cramer-szabály. Új ismeretlen bevezetése. Elsőfokú paraméteres egyenletrendszerek. Egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. A kapott eredmény értelmezése, valóságtartalmának vizsgálata.	<i>Informatika:</i> számítógépes program használata.
Elsőfokú egyenlőtlenségek. Egyenlőtlenségek grafikus megoldása. Egyismeretlenes egyenlőtlenségrendszer.	
Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. Modellalkotás, megoldási módszerek.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás leírása. <i>Informatika:</i> számítógépes program használata.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség, értelmezési tartomány, azonosság. Ekvivalens átalakítás, hamis gyök. Másodfokú egyenlet, egyenlőtlenség, megoldóképlet, diszkrimináns. Egyenletrendszer. Négyzetgyökös egyenlet. Paraméteres egyenlet.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Függvények 3.1. Algebrai függvények	Órakeret 25 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tanult függvények felidézése. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába. Logikus, pontos gondolkodás, fogalmazás fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok

<p>Függvény fogalma. Rendszerező ismétlés. Értelmezési tartomány, értékészlet. A függvény megadási módjai, ábrázolása, jellemzése: zérushely, monotonitás, szélsőérték. Új fogalmak: periodicitás, paritás, korlátosság. (Pontos definíciók. Néhány esetben a tagadás megfogalmazása is: pl. egy függvény nem páros, ha...) Kapcsolat: logika elemei – bármely, van olyan, negáció. Hétköznapi állítások tagadása. Pontos fogalmazás.</p>		<p><i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonzásítás számítógépes program segítségével.</p> <p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> hétköznapi és szaknyelvi szóhasználat.</p>
<p>Lineáris függvények. Rendszerező ismétlés. Lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapokban.</p>		<p><i>Fizika; kémia:</i> egyenesen arányos mennyiségek.</p>
<p>Másodfokú függvények. Teljes négyzetté kiegészítés. Hatványfüggvények. Negatív egész kitevőjű hatványfüggvények. Abszolútérték-függvény. (Több abszolút értéket tartalmazók is.) Egészrész-, törtrész-, előjelfüggvény, Dirichlet-féle függvény. Függvények inverze. Gyökfüggvények.</p>		
<p>Fordított arányosság, elsőfokú törtfüggvény.</p>		<p><i>Fizika; kémia:</i> fordítottan arányos mennyiségek.</p>
<p>Függvénytranszformációk. A tanult függvények többlépéses transzformációi. A transzformációk rendszerezése, transzformációs sorrend. $f(x)$ ábrázolása. Adott tulajdonságú függvények konstruálása. Összetett függvények.</p>		
<p>Rekurzív sorozatok. A Fibonacci-sorozat. Kapcsolat: aranymetszés. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.</p>		<p><i>Biológia-egészségtan:</i> szimmetriák és nevezetes arányok megjelenése az élőlényeknél.</p> <p><i>Művészetek:</i> szimmetriák és nevezetes arányok megjelenése az építészetben, festészetben, zenében.</p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	<p>Függvény, értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, monotonitás, szélsőérték, paritás. Függvénygrafikon, függvénytranszformáció.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.1. Alapfogalmak, ponthalmazok, egybevágósági transzformációk	Órakeret 42 óra
Előzetes tudás	<p>Tételek kölcsönös helyzete, távolsága. Háromszögek, négyszögek, sokszögek tulajdonságai. Speciális háromszögek, négyszögek elnevezése, felismerése, tulajdonságaik. Háromszögek szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel ismerete. Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A definíciók és tételek pontos ismerete. Bizonyítások gyakorlása. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a</p>	

	részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). A geometriai transzformációk átfogó ismerete, alkalmazása problémamegoldásban. Szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a művészetekben. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számítógép használata geometriai feladatokban.
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Geometriai alapfogalmak. Tételek; kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Sokszögek szögösszege, átlók száma. A szög ívmértéke. A radián mint mértékegység. Átváltás fok és radián között.</p>	<p><i>Fizika:</i> szögsebesség, szöggyorsulás. <i>Vizuális kultúra:</i> térbeli viszonyok.</p>
<p>Nevezetes ponthalmazok rendszerezése.</p> <ul style="list-style-type: none"> - adott térelemtől adott távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben; - két térelemtől egyenlő távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben. <p>Parabola, forgási paraboloid. Egyenlőtlességgel meghatározott ponthalmazok. Ponthalmazok a koordinátasíkon. Koordinátákkal megadott feltételek. <i>Matematikatörténet:</i> Descartes. Két vagy három feltételnek megfelelő ponthalmazok szerkesztése. Háromszög beírt, körülírt, hozzáírt körei. Háromszög további nevezetes vonalai. (Bizonyítással.) Középvonalak. (Négyszögek középvonalai is.) Magasságok – magasságpont. Súlyvonalak – súlypont. Nagyobb oldallal szemben nagyobb szög van – és fordítva. Geometriai szerkesztő program használata, Euler-gyenes, Feuerbach-kör bemutatása grafikus programmal.</p>	<p><i>Fizika:</i> parabolatükör. <i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram használata.</p>
<p>Pitagorasz tétele és a tétel megfordítása. Számítási feladatok síkban és térben. Pitagorasz tételének alkalmazása bizonyítási feladatokban. Mikor hegyesszögű, illetve tompaszögű a háromszög? Két pont távolsága koordináta-rendszerben. A paralelogramma oldalainak négyzetösszege egyenlő az átlók négyzetösszegével. Négyszög átlói merőlegességének feltétele. <i>Matematikatörténet:</i> Pitagorasz.</p>	<p><i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.</p>
<p>Thalész tétele és a tétel megfordítása. Szerkesztési és bizonyítási feladatok. Körérintő szerkesztése. <i>Matematikatörténet:</i> Thalész.</p>	
<p>Kerületi és középponti szögek. Húrnégyszög. Érintőnégyyszög.</p>	
<p>Geometriai transzformáció fogalma. Egybevágósági transzformációk rendszerező ismételése. Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, forgatás, eltolás, identitás. A geometriai transzformációk tulajdonságai:</p> <ul style="list-style-type: none"> - fixpont, fix egyenes, fix sík, - szögtartás, távolságtartás, irányítástartás. <p>Szimmetrikus alakzatok, szimmetrián alapuló játékok. Geometriai transzformációk szorzata.</p>	<p><i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram használata.</p>
<p>Geometriai szélsőérték feladatok. Háromszögbe írt minimális kerületű háromszög. Izgonális pont.</p>	<p><i>Földrajz:</i> minimális utak meghatározása.</p>

Az egybevágóság fogalma. Alakzatok egybevágósága. A háromszögek egybevágóságának alapesetei.		
Műveletek vektorokkal: Összeadás, kivonás, számmal való szorzás. Vektorfelbontás tétele. Vektor koordinátái. Analogia a számhalmazokon végzett műveletekkel.		<i>Fizika:</i> vektormennyiségek: erő, sebesség, gyorsulás, térerősség.
Kulcsfogalmak/fogalmak	Tételelem, sokszög, Pitagorasz-tétel, Thalész-tétel, egybevágósági transzformáció. Vektor. Kerületi és középponti szög, Húrnégyszög. Érintőnégyzet.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Statisztika, valószínűség	Órakeret 17 óra
Előzetes tudás	Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség egyszerű fogalma. Százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése. Tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések. Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában. A valószínűség és a relatív gyakoriság fogalmának mélyítése, kapcsolatuk belátása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése és ábrázolása. Adatok rendezése, osztályokba sorolása, táblázatba rendezése, ábrázolása. Adathalmazok jellemzői: terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás.		<i>Földrajz:</i> időjárás, éghajlati és gazdasági statisztikák. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). <i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfel-dolgozás, információmegjelenítés.
Kulcsfogalmak/fogalmak	Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás.	

A fejlesztés várt eredményei a 9. évfolyam végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazműveletek alkalmazása számhalmazokra, ponthalmazokra. – Logikai műveletek és tulajdonságaik ismerete. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita alkalmazása feladatmegoldás során. – Konstruktív feladatok megoldása, lehetetlenség bizonyítása. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Racionális és irracionális számok, a valós számok halmazának szemléletes fogalma, véges és végtelen tizedes törtek, számegegyenes alkalmazása. – Számok normálalakja, normálalakkal végzett műveletek alkalmazása. – Oszthatóság, a számelmélet alaptétele, alkalmazása. – Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös ismerete, alkalmazása. – Prímekre vonatkozó tételek, sejtések ismerete.
---------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<ul style="list-style-type: none"> – Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek, azonosságok alkalmazása. – Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok megoldása. – A számológép használata. <p><i>Függvények, sorozatok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A függvény fogalmának mélyülése. Új függvényjellemzők ismerete: korlátosság, periodicitás. – A négyzetgyök függvény ábrázolása, jellemzése. – Függvénytranszformációk elvégzése. – Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Térelemek ismerete, távolság és szög fogalma, mérése. – Nevezetes ponthalmazok rendszerezése, alkalmazása. – A kör és részeinek ismerete. – Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása (kerületi és középponti szögek tétele, húrnégyszögek és érintőnégyszögek tételei). – Egybevágósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban, a művészetekben való alkalmazás ismerete. – Egybevágó alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása. – Vektor fogalmának, vektorműveleteknek az ismerete. – Háromszögek, négyszögek, sokszögek szögei, nevezetes vonalainak, köreinek ismerete. Az ismeretek alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban. – A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel alkalmazása. <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Statisztikai adatok elemzése: adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása. – Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése; adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása. – Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. A műveletek elvégzése az eseménytérben. – A valószínűség klasszikus modelljének alkalmazása.
--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

10. évfolyam

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok Halmazok, ponthalmazok	Órakeret 30 óra
Előzetes tudás	Csoportosítás különböző szempontok alapján. Halmazműveletek véges halmazokon. Halmazábra. Számhalmazok, ponthalmazok.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmaz fogalmának ismerete, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. Több szempont alkalmazása – megosztott figyelem fejlesztése. Definíciók, jelölések használata – az emlékezet fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Kombinatorika. Permutáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Variáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Kombináció – ismétlés nélkül.		

<p>Vegyes kombinatorikai feladatokon keresztül ismétlés, a feladatmegoldási rutin mélyítése.</p> <p>Jelek használata: $n!$, $\binom{n}{k}$.</p> <p>Binomiális együtthatók, egyszerű tulajdonságaik. Pascal-háromszög.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Blaise Pascal, Erdős Pál.</p> <p>Néhány kombinatorikus geometriai feladat:</p> <p>n pont maximum hány egyenest határoz meg?</p> <p>n egyenesnek maximum hány metszéspontja lehet?</p> <p>n egyenes maximum hány részre osztja a síkot?</p> <p>Gráfok. Néhány probléma ábrázolása gráfokkal.</p> <p>Szükséges, elégséges, szükséges és elégséges feltételek. Skatulya-elv.</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Permutáció, variáció, kombináció.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.1. Valós számok	Órakeret 25 óra
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejből, írásban, számológéppel. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. A négyzetgyök fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Számkörbővítés elveinek megértése, a valós számok halmazának ismerete. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Indirekt bizonyítási módszer alkalmazása. Absztrakciós készség fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Négyzetgyök.</p> <p>A négyzetgyökvonás azonosságai.</p> <p>\sqrt{n} irracionális, ha n nem négyzetszám. Indirekt bizonyítás.</p> <p>Bevitel a gyökjel alá. Kivétel a gyökjel alól.</p> <p>Nevező gyöktelenítése.</p>		
<p>Az n-edik gyök fogalma.</p> <p>A gyökvonás azonosságai.</p> <p>Páros és páratlan gyökkitevő.</p> <p>Bevitel a gyökjel alá. Kivétel a gyökjel alól.</p> <p>A szerkeszthetőség néhány kérdése.</p> <p>A tört kitevőjű hatvány. Permanencia-elv</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Négyzetgyök, n -edik gyök.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.4. Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer	Órakeret 45 óra
Előzetes tudás	Egyismeretlenes, elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata. Az önellenőrzés képességének fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Másodfokú függvények vizsgálata. Teljes négyzetté alakítás használata. Szélsőérték-feladatok. Másodfokú függvény vizsgálatával. Kapcsolat: számtani és mértani közép közötti egyenlőtlenség felhasználásával történő megoldás. Optimális megoldásokra törekvés. Másodfokú egyenletek. Grafikus megoldás. Teljes négyzetté kiegészítés. Egyenletmegoldás szorzattá alakítással. A másodfokú egyenlet megoldóképlete. A megoldóképlet készségi szintű alkalmazása. Számológép használata. A másodfokú egyenlet diszkriminánsa. Diskusszió. Önellenőrzés. Gyöktényező alak, Viete-formulák. Másodfokúra visszavezethető egyenletek. Új ismeretlen bevezetése. Racionális gyökök keresése. Viete-formulák. Néhány további módszer az egyenlet speciális tulajdonságainak felhasználásával. <i>Matematikatörténet:</i> magasabb fokú egyenletek megoldhatósága. Cardano, Galois, Abel.</p>		<p><i>Fizika:</i> fizikai tartalmú minimum- és maximumproblémák. <i>Filozófia:</i> egy adott rendszeren belül megoldhatatlan problémák létezése.</p>
<p>Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. Modellalkotás, megoldási módszerek.</p>		<p><i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás leírása. <i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p>Másodfokú egyenlőtlenségek. A megoldás megadása másodfokú függvény vizsgálatával. Többféle megoldási módszer összevetése.</p>		
<p>Másodfokú egyenletrendszer. Másodfokú egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. Emlékezés korábban megismert módszerekre, alkalmazás az adott környezetben.</p>		<p><i>Fizika:</i> ütközések.</p>
<p>Gyökös egyenletek. Ekvivalens és nem ekvivalens egyenlet-megoldási lépések. Hamisgyök, gyökvesztés. Önellenőrzés képességének fejlesztése.</p>		
<p>Paraméteres másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek. Esetszétválasztások, divergens gondolkodás fejlesztése.</p>		
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség, értelmezési tartomány, azonosság. Ekvivalens átalakítás, hamis gyök. Másodfokú egyenlet, egyenlőtlenség, megoldóképlet, diszkrimináns. Egyenletrendszer. Négyzetgyökös egyenlet. Paraméteres egyenlet.</p>	

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>3. Függvények 3.2. Hegyesszőgek szögfüggvényei</p>	<p>Órakeret 13 óra</p>
-------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------	-------------------------------

Előzetes tudás	Hasonlóság alkalmazása számolási feladatokban. Pitagorasz-tétel.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Síkbeli és térbeli ábra készítése a valós geometriai problémáról. Számítási feladatok, a megoldáshoz alkalmas szögfüggvény megtalálása. Számológép, számítógép használata.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Távolságok, magasságok meghatározása arányokkal. A valóság kicsinyített ábrájáról szöveget és szakaszokat határozunk meg méréssel és számolással. A hegyesszögek szögfüggvényeinek definíciója. Szögfüggvény értékének meghatározása számológéppel. Számítási feladatok szögfüggvények használatával síkban és térben.		<i>Fizika:</i> lejtőn mozgó testre ható erők kiszámítása.
Pótszögek szögfüggvényei. Összefüggések egy hegyesszög szögfüggvényei között. Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása. Nevezetes szögek szögfüggvényei: 30°; 60°; 45°. (Megtanulandók.) 18°, 36°, 54°, 72°. (Kiszámolás az „aranyháromszögből”.) Hegyeszög egy tetszőleges szögfüggvényének értékéből a többi szögfüggvény pontos értékének kiszámolása.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szögfüggvény.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.2. Hasonlóság és kapcsolódó tételek	Órakeret 42 óra
Előzetes tudás	Egybevágósági transzformációk. A háromszögek egybevágóságának alapesetei. Számítási és mértani közép. A számtani és a mértani közép közötti egyenlőtlenség.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A definíciók és tételek pontos ismerete. Bizonyítások gyakorlása. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számítógép használata geometriai feladatokban.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A párhuzamos szelők tétele (bizonyítás nélkül) és megfordítása, következmények. Szögfelező tétel. A párhuzamos szelőszakaszok tétele. Szakasz arányos osztása. Negyedik arányos szerkesztése.		
A középpontos hasonlóság fogalma és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció fogalma és tulajdonságai. Szerkesztési, számítási, bizonyítási feladatok.		<i>Földrajz:</i> térképek. <i>Vizuális kultúra:</i> építészeti tervrajzok. <i>Fizika:</i> optikai eszközök nagyítása.
Hasonló alakzatok. A háromszögek hasonlóságának alapesetei. A sokszögek hasonlósága. A hasonló síkidomok területének aránya. A hasonló testek felszínének és térfogatának aránya.		<i>Fizika:</i> hasonló háromszögek alkalmazása – lejtőmozgás, geometriai optika.

Annak tudatosítása, hogy kicsinyítésnél, nagyításnál a lineáris méretek, a felszín és térfogat nem egyformán változik.	<i>Biológia-egészségtan:</i> példák arra, amikor az a hasznos, hogy adott térfogathoz nagy felszín, illetve, amikor adott térfogathoz kis felszín tartozzon.
Arányossági tételek háromszögekben. Magasságtétel, befogótétel. A számtani és a mértani közép közötti egyenlőtlenség geometriai bizonyítása. Mértani közép szerkesztése. Egyszerű szélsőérték-feladatok. Körhöz húzott érintő- és szelőszakaszok tétele. Aranymetszés. Kapcsolat a Fibonacci-sorozattal.	<i>Vizuális kultúra:</i> festészet, építészet. <i>Ének-zene:</i> az aranymetszés megjelenése zenei művekben.
Forgatva nyújtás. Ptolemaiosz tétele. <i>Matematikatörténet:</i> Ptolemaiosz.	
További nem távolságtartó transzformációk. Merőleges affinitás. Kapcsolat a függvény-transzformációkkal. Inverzió. (Csak mint példa nem távolságtartó transzformációra.)	
Néhány kapcsolódó tétel. Ceva és Menelaosz tétele. Euler tétele a beírt és körülírt kör középpontjának távolságára. Feuerbach-kör és Euler-egyenes. (Célszerű a bizonyításokat megmutatni, a bennük lévő ötletek miatt, de a teljes bizonyítások megtanulása nem szükséges.) <i>Matematikatörténet:</i> Euler.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Hasonlósági transzformáció, hasonló alakzat, számtani és mértani közép.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Statisztika, valószínűség	Órakeret 17 óra
Előzetes tudás	Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség egyszerű fogalma. Százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése. Tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések. Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában. A valószínűség és a relatív gyakoriság fogalmának mélyítése, kapcsolatuk belátása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Véletlen jelenségek megfigyelése. Kocka- és pénzérme-dobások – csoportmunka.		<i>Informatika:</i> véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.
Esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Egyszerűbb események valószínűsége. Klasszikus valószínűségi modell. A valószínűség meghatározása kombinatorikus eszközökkel.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Valószínűség.	

<p>A fejlesztés várt eredményei a 10. évfolyam végén</p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazműveletek alkalmazása számhalmazokra, ponthalmazokra. – Logikai műveletek és tulajdonságaik ismerete. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita és skatulyaelv alkalmazása feladatmegoldás során. – Konstruktív feladatok megoldása, lehetetlenség bizonyítása. – Gráfok használata gondolatmenet szemléltetésére. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Racionális és irracionális számok, a valós számok halmazának szemléletes fogalma, véges és végtelen tizedes törtek, számegyenes alkalmazása. – Számok normálalakja, normálalakokkal végzett műveletek alkalmazása. – Oszthatóság, a számelmélet alaptétele, alkalmazása. – Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös ismerete, alkalmazása. – Prímekre vonatkozó tételek, sejtések ismerete. – Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek, azonosságok alkalmazása. – A gyökvonás fogalmának ismerete, a gyökvonás azonosságainak alkalmazása, gyökös egyenletek megoldása. – Első- és másodfokú, és másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek, szóveges feladatok megoldása. – Másodfokú függvényekre vezető szélsőérték-problémák megoldása. – Nevezetes közepek alkalmazása szélsőérték-problémák megoldásában. – A számológép használata. <p><i>Függvények, sorozatok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A függvény fogalmának mélyülése. Új függvényjellemzők ismerete: korlátosság, periodicitás. – A négyzetgyök függvény ábrázolása, jellemzése. – Függvénytranszformációk elvégzése. – Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Tételek ismerete, távolság és szög fogalma, mérése. – Nevezetes ponthalmazok rendszerezése, alkalmazása. – A kör és részeinek ismerete. – Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása (kerületi és középponti szögek tétele, húrnégyszögek és érintőnégyyszögek tételei). – Egybevágósági és hasonlósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban, a művészetekben való alkalmazás ismerete. – Egybevágó alakzatok, hasonló alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása. – Vektor fogalmának, vektorműveleteknek az ismerete. Vektorfelbontás, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben. – Háromszögek, négyszögek, sokszögek szögei, nevezetes vonalainak, köreinek ismerete. Az ismeretek alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban. – A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel alkalmazása. – Hegyesszögek szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete, alkalmazása. – Ceva-, Menelaosz-, Ptolemaiosz-, Euler-tétel ismerete, alkalmazása. <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Statisztikai adatok elemzése: adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
-----------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<ul style="list-style-type: none">- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése; adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása.- Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. A műveletek elvégzése az eseménytérben.- A valószínűség klasszikus modelljének alkalmazása.
--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Matematika helyi tanterv tematikai egységei

11 – 12. évfolyam

Emelt szintű érettségire felkészítő csoport

11. évfolyam

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 11 óra
Előzetes tudás	Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY. Skatulya elv, logikai szita. Sorbarendezési és kiválasztási feladatok, gráfhasználat feladatmegoldásban. Gráf, csúcs, él, fokszám.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Korábban megismert fogalmak ismételése, elmélyítése. Kombinatorikai és gráfelméleti módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Konstrukciók. Lehetetlenségi bizonyítások. Adott tulajdonságú matematikai objektumok konstruálása. Adott tulajdonságú sorozatok, függvények, egyenletek, műveletek, ábrák, lefedések, színezések stb. Annak indoklása, hogy valamely konstrukció nem hozható létre. (Pl. invariáns mennyiség keresésével.) Példák a matematika történetéből lehetetlenségi bizonyításokra.</p>		
<p>Kombinatorika. (A korábbi ismeretek összegzése.) Permutáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Variáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Kombináció – ismétlés nélkül és ismétléssel. (Vegyes kombinatorikai feladatokon keresztül ismétlés, rendszerezés.) Binomiális együtthatók, tulajdonságaik. Pascal-háromszög és tulajdonságai. Binomiális tétel. <i>Matematikatörténet:</i> Blaise Pascal. Néhány kombinatorikus geometriai probléma. <i>Matematikatörténet:</i> Erdős Pál.</p>		
<p>Gráfok. Gráfelméleti alapfogalmak: csúcs, él, fokszám, egyszerű gráf, összefüggő gráf, komplementer gráf, fagráf, kör, teljes gráf). Gráfokra, éleikre, csúcsok fokszámaira vonatkozó egyszerű tételek. Euler-vonal, Hamilton-kör. Gráfok alkalmazása leszámolásos feladatokban – rendszerező ismétlés. <i>Matematikatörténet:</i> Euler.</p>		<i>Biológia-egészségtan:</i> genetika.
<p>A matematika felépítése. Fogalmak, alapfogalmak, axiómák, tételek, sejtések. Műveletek a matematikában. Műveleti tulajdonságok. Relációk a matematikában és a mindennapi életben. Relációtulajdonságok. Bizonyítási módszerek áttekintése. Direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulya elv, teljes indukció. Tételek megfordítása.</p>		<i>Filozófia:</i> Gondolati rendszerek felépítése. Állítások igazolásának szükségessége.

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Permutáció, variáció, kombináció, művelet, reláció, binomiális együttható.
------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Hatvány, gyök, logaritmus	Órakeret 30 óra
Előzetes tudás	Hatványozás egész kitevővel, hatványozás azonosságai, n-edik gyök, gyökvonás azonosságai. Valós számok halmaza.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása: a racionális kitevő értelmezése, az irracionális kitevőjű hatvány szemléletes fogalma. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: exponenciálisan, logaritmikusan változó mennyiségek. Más tudományágakban a matematika alkalmazásának felfedezése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Hatványozás. Permanencia elv. A racionális kitevőjű hatványok, a hatványozás azonosságainak ismételése. Számolás racionális kitevőjű hatványokkal, gyökös kifejezésekkel. Irracionális szám kétoldali közelítése racionális számokkal. A hatványfogalom kiterjesztése irracionális számra. Az exponenciális függvény. Az exponenciális függvény ábrázolása, vizsgálata.		<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> kamatszámítás, hitelfelvétel, törlesztőrészlet-számítás. <i>Fizika:</i> radioaktivitás.
Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek. Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Exponenciális egyenletre vezető valós problémák megoldása.		<i>Földrajz:</i> globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás).
Számolás 10 hatványaival, 2 hatványaival. A logaritmus fogalma. Logaritmus értékének meghatározása a definíció alapján és számológéppel. A logaritmus azonosságai. Szorzat, hányados, hatvány logaritmusra, áttérés más alapú logaritmusra. Az értelmezési tartomány változásának vizsgálata az azonosságok kétirányú alkalmazásánál. A logaritmus azonosságainak alkalmazása kifejezések számértékének meghatározására, kifejezések átalakítására. <i>Matematikatörténet:</i> Napier, Kepler. A logaritmus fogalmának kialakulása, változása. Logaritmustáblázat.		<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás.
A logaritmusfüggvény. A logaritmusfüggvény ábrázolása, vizsgálata. Adott alaphoz tartozó exponenciális és logaritmusfüggvény kapcsolata. Inverz függvénykapcsolat.		<i>Fizika:</i> régészeti leletek – kormeghatározás.
Logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek. Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Értelmezési tartomány vizsgálatának fokozott szükségessége logaritmusos egyenleteknél.		
Paraméteres exponenciális és logaritmusos egyenletek.		
Egyenletek ekvivalenciájával kapcsolatos ismeretek összegzése.		

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.
------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Trigonometria	Órakeret 40 óra
Előzetes tudás	Vektorokkal végzett műveletek. Hegyesszögek szögfüggvényei, szögmérés fokban és radiánban, szögfüggvények közötti egyszerű összefüggések.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai látásmód fejlesztése. A művelet fogalmának bővítése egy újszerű művelettel, a skaláris szorzással. Algebrai és geometriai módszerek közös alkalmazása számítási, bizonyítási feladatokban. A tanultak felfedezése más tudományterületeken is. A függvényszemlélet alkalmazása az egyenletmegoldás során, végtelen sok megoldás keresése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>A vektorokról tanultak rendszerező ismétlése:</p> <ul style="list-style-type: none"> - a vektor fogalma, - vektorműveletek, - vektorfelbontás. <p>A vektorok koordinátaival végzett műveletek és tulajdonságaik. A vektor 90°-os elforgatottjának koordinátái.</p>	
<p>A szögfüggvények általános értelmezése. Forgásszög, egységvektor, vektorkoordináták. A szögfüggvények előjele a különböző síknegyedekben. Szögfüggvények közötti összefüggések. Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása. A trigonometrikus függvények. A szögfüggvények értelmezési tartománya, értékkészlete, zérushelyek, szélsőérték, periódus, monotonitás. A trigonometrikus függvények transzformáltjai, függvényvizsgálat.</p>	<p><i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás, hullámmozgás leírása. <i>Informatika:</i> grafikonok elkészítése számítógépes programmal.</p>
<p>Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. A skaláris szorzás alkalmazása számítási és bizonyítási feladatokban. Merőleges vektorok skaláris szorzata. Szükséges és elégséges feltétel. Két vektor skaláris szorzatának kifejezése a vektorkoordináták segítségével. A skaláris szorzat és a Cauchy-egyenlőtlenség kapcsolata. Vektorok vektoriális szorzata. Szemléletes kép, bizonyítások nélkül.</p>	<p><i>Fizika:</i> munka, elektromosság.</p>
<p>A háromszög területének kifejezése két oldal és a közbezárt szög segítségével. A háromszög egy oldalának kifejezése a köré írt kör sugara és szemközti szög segítségével. Szinusztétel. Koszinusztétel. A tételek pontos kimondása, bizonyítása. Kapcsolat a Pitagorasz-tétellel. Általános háromszög adatainak meghatározása. Egyértelműség vizsgálata. Szög, távolság, terület meghatározása gyakorlati problémákban is. Bizonyítási feladatok.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> alakzatok adatainak meghatározása. <i>Földrajz:</i> távolságok, szögek kiszámítása – terepmérési feladatok. GPS-helymeghatározás.</p>
<p>Szögfüggvények közötti összefüggések. Addíciós tételek:</p> <ul style="list-style-type: none"> - két szög összegének és különbségének szögfüggvényei, - egy szög kétszeresének szögfüggvényei, 	

<ul style="list-style-type: none"> – félszögek szögfüggvényei, – két szög összegének és különbségének szorzattá alakítása. <p>A trigonometrikus azonosságok használata, több lehetőség közül a legalkalmasabb összefüggés megtalálása. Trigonometrikus kifejezések értékének meghatározása. Háromszögekre vonatkozó feladatok addíciós tételekkel. Tangenstétel.</p>	
<p>Trigonometrikus egyenletek. Az összes megoldás megkeresése. Hamis gyökök elkerülése.</p> <p>Trigonometrikus egyenlőtlenségek. Grafikus megoldás vagy egységkör alkalmazása.</p> <p>Időtől függő periodikus jelenségek vizsgálata. Trigonometrikus kifejezések szélsőértékének keresése.</p>	<p><i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Skaláris szorzat, szinusztétel, koszinusztétel, addíciós tétel, trigonometrikus azonosság, egyenlet.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Koordinátageometria	Órakeret 28 óra
Előzetes tudás	<p>Koordinátarendszer, vektorok, vektorműveletek megadása koordinátákkal. Ponthalmazok koordináta-rendszerben. Függvények ábrázolása. Elsőfokú, másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Számítógép használata.</p>	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A Descartes-féle koordinátarendszer. A helyvektor és a szabadvektor. Rendszerező ismétlés.</p>		<p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p>Vektor abszolútértékének kiszámítása. Két pont távolságának kiszámítása. A Pitagorasz-tétel alkalmazása. Két vektor hajlásszöge. Skaláris szorzat használata.</p>		
<p>Szakasz osztópontjának koordinátái. A háromszög súlypontjának koordinátái. Elemi geometriai ismereteket alkalmazása, vektorok használata, koordináták számolása.</p>		<p><i>Fizika:</i> alakzatok tömegközéppontja.</p>
<p>Az egyenes helyzetét jellemző adatok: irányvektor, normálvektor, irányszög, iránytangens. A különböző jellemzők közötti kapcsolat értése, használata. Az egyenes egyenletei.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Adott pontra illeszkedő, adott normálvektorú egyenes, illetve sík egyenlete. – Adott pontra illeszkedő, adott irányvektorú egyenes egyenlete síkban, egyenletrendszere térben. – Iránytényezős egyenlet. <p>Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel. Kétismeretlenes lineáris egyenlet és az egyenes egyenletének kapcsolata. A feladathoz alkalmas egyenlettípus kiválasztása.</p> <p>Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének a feltétele. Két egyenes metszéspontja. Két egyenes szöge. Skaláris szorzat használata.</p>		<p><i>Fizika:</i> mérések értékelése.</p> <p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>

<p>A kör egyenlete. Kétismeretlenes másodfokú egyenlet és a kör egyenletének kapcsolata. Kör és egyenes kölcsönös helyzete. A kör érintőjének egyenlete. Két kör közös pontjainak meghatározása. Másodfokú, kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása. A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió. Szerkeszthetőségi kérdések.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p>A parabola tengelyponti egyenlete. A parabola pontjainak tulajdonsága: fókuszpont, vezéregyenes. A parabola és a másodfokú függvény. Teljes négyzetté kiegészítés. A parabola és az egyenes kölcsönös helyzete. A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió.</p>	<p><i>Fizika:</i> geometriai optika, fényszóró, visszapillantó tükör.</p>
<p>Összetett feladatok megoldása paraméter segítségével vagy a szerkesztés menetének követésével. Mértani helyek keresése. Apollóniosz-kör. Merőleges affinitással kapott mértani helyek. Ponthalmazok a koordinátasíkon. Egyenlőtlenséggel megadott egyszerű feltételek. Lineáris programozási feladat.</p>	<p><i>Informatika:</i> több feltétel együttes vizsgálata.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Vektor, irányvektor, normálvektor, irányítványzó. Egyenes, kör, parabola egyenlete.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Sorozatok	Órakeret 15 óra
Előzetes tudás	Számítási sorozat, mértani sorozat fogalma, egyszerű alapösszefüggések.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A hétköznapi életben, matematikai problémában a sorozattal leírható mennyiségek észrevétele. Sorozatok megadási módszereinek alkalmazása. Összefüggések, képletek hatékony alkalmazása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A sorozat fogalma, megadása, ábrázolása. Korábbi ismeretek rendszerező ismételése. Sorozat megadása rekurzióval – Fibonacci-sorozat. Rekurzív sorozat n-edik elemének megadása. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.</p>		<p><i>Informatika:</i> algoritmusok.</p>
<p>Számítási sorozat. A számítási sorozat n-edik tagja. A számítási sorozat első n tagjának összege. Mértani sorozat. A mértani sorozat n-edik tagja. A mértani sorozat első n tagjának összege. Számítási feladatok számítási és a mértani sorozatokra. Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal. A számítási sorozat mint lineáris és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása. Gyakorlati alkalmazások – kamatos kamat számítása. Törlesztési feladatok. Pénzügyi alapfogalmak – kamatos kamat, törlesztőrészlet, hitel, THM, gyűjtőjárdék. Véges sorok összegzése.</p>		<p><i>Fizika; kémia; biológia- egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> lineáris és exponenciális folyamatok.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hitel – adósság – eladósodás.</p>

<p>Számtani és mértani sorozatból előállított szorzatok összegzése. Teleszkópos összegek. <i>Matematikatörténet: Fibonacci.</i></p>	
<p>Sorozatok konvergenciája. A határérték szemléletes és pontos definíciói. Műveletek konvergens sorozatokkal. Konvergens és divergens sorozatok. Az $\sqrt[n]{a}$, $\sqrt[n]{n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ sorozatok. Konvergens sorozatok tulajdonságai. Torlódási pont. Konvergens sorozatnak egy határértéke van. Minden konvergens sorozat korlátos. Monoton és korlátos sorozat konvergens. Konvergens sorozatokra vonatkozó egyenlőtlenségek. Rendőrelv.</p>	
<p>Végtelen sorok. Végtelenen sor konvergenciája, összege. Végtelen mértani sor. Szakaszos végtelen tizedes tört átváltása. További példák konvergens sorokra. Teleszkópos összegek. Négyzetszámok reciprokainak összege. Példák nem konvergens sorokra. Harmonikus sor. Feltételesen konvergens sorok.</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Sorozat, számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamat, rekurzív sorozat.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	7. Folytonosság, differenciálszámítás	Órakeret 30 óra
Előzetes tudás	Függvények megadása, értelmezési tartomány, értékkészlet. Függvények jellemzése: zérushely, korlátosság, szélsőérték, monotonitás, paritás, periodicitás. Sorozatok határértéke.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Megismerkedés a függvények vizsgálatának új módszerével. A függvény folytonossága és határértéke fogalmának megalapozása. A differenciálszámítás módszereinek használata a függvények lokális és globális tulajdonságainak vizsgálatára. A matematikán kívüli területeken – fizika, közgazdaságtan – is alkalmazások keresése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A valós számok halmazán értelmezett függvények jellemzése. Korábbi ismeretek rendszerező ismételése.</p>		<i>Informatika:</i> számítógépes szoftver alkalmazása függvények grafikonjának megrajzolására.
<p>Függvény határértéke. A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói. Jelölések.</p>		<i>Informatika:</i> a határérték számítógépes becslése.

<p>Függvények véges helyen vett véges; véges helyen vett végtelen; végtelenben vett véges; végtelenben vett végtelen határértéke. A sorozatok és a függvények határértékének kapcsolata.</p> <p>A $\frac{\sin x}{x}$ függvény vizsgálata, az $x = 0$ helyen vett határértéke.</p>	<p><i>Fizika:</i> felhasználás $\sin x$, illetve $\tan x$ közelítésére kis szög esetében.</p>
<p>A függvények folytonossága. Példák folytonos és nem folytonos függvényekre. A folytonosság definíciói. Intervallumon folytonos függvények. Korlátos és zárt intervallumon folytonos függvények tulajdonságai. (Bizonyítások nélkül, de ellenpéldákkal azokra az esetekre, ha az intervallum nem korlátos, nem zárt, illetve ha a függvény nem folytonos.)</p>	<p><i>Fizika:</i> példák folytonos és diszkrét mennyiségekre.</p>
<p>Bevezető feladatok a differenciálhányados fogalmának előkészítésére. A függvénygörbe érintőjének iránytangense. A pillanatnyi sebesség meghatározása.</p>	<p><i>Fizika:</i> az út-idő függvény és a pillanatnyi sebesség kapcsolata. A fluxus és az indukált feszültség kapcsolata.</p> <p><i>Biológia-egészségtan:</i> populáció növekedésének átlagos sebessége.</p>
<p>A differenciálhatóság fogalma. A különbségi hányados függvény, a differenciálhányados (derivált), a deriváltfüggvény. Példák nem differenciálható függvényekre is. Kapcsolat a differenciálható és a folytonos függvények között. Alapfüggvények deriváltja: Konstans függvény, x^n, trigonometrikus függvények deriváltja. Műveletek differenciálható függvényekkel. Függvény konstansszorosának deriváltja, összeg-, szorzat-, hányados-, összetett függvény deriváltja. Inverz függvény deriváltja. Exponenciális és logaritmusfüggvény deriváltja. (Bizonyítás nélkül.) Magasabbrendű deriváltak. <i>Matematikatörténet:</i> Fermat, Leibniz, Newton, Cauchy, Weierstrass.</p>	<p><i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás kitérése, sebessége, gyorsulása – ezek kapcsolata.</p>
<p>A függvény tulajdonságai és a derivált kapcsolata.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Lokális növekedés, fogyás – intervallumon monoton függvény. – Szélsőérték – lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. <p>A szükséges és az elégséges feltételek pontos megfogalmazása, alkalmazása. Középértéktételek. Rolle- és Lagrange-tétel. (Szemléletes kép.)</p>	<p><i>Fizika:</i> fizikai tartalmú függvények (pl. út-idő, sebesség-idő) deriváltjainak jelentése.</p>
<p>Konvexitás vizsgálata deriválással. A konvexitás definíciója. Inflexió pont. A második derivált és a konvexitás kapcsolata.</p>	
<p>Függvényvizsgálat differenciálszámítással. Összevetés az elemi módszerekkel.</p>	
<p>Gyakorlati jellegű szélsőérték-feladatok megoldása. A differenciálszámítás és az elemi módszerek összevetése.</p>	<p><i>Fizika:</i> Fermat-ely, Snellius-Descartes törvény. Fizikai jellegű szélsőérték-problémák.</p>

**Kulcsfogalmak/
fogalmak**

Függvényfolytonosság, -határérték. Különbségi hányados függvény, derivált, deriváltfüggvény, magasabbrendű derivált. Monotonitás, lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. Konvex, konkáv függvény.

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p><i>Gondolkodási módszerek</i></p> <p><i>Halmazok, matematikai logika</i></p> <p>Halmazok, megadási módjaik, részhalmaz, kiegészítő halmaz. Halmazok közötti műveletek. Végtelen halmazok elmélete; számosságok. Állítások, logikai értékük. Negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. Univerzális és egzisztenciális kvantor.</p> <p><i>Kombinatorika, gráfok, algoritmusok</i></p> <p>Permutáció, variáció, kombináció. Binomiális tétel. Pascal háromszög. Elemi gráfelméleti ismeretek. Euler-féle poliédertétel. A bizonyítások fejlődése és a bizonyítási módszerek változása. Nevezetes sejtések.</p>	<p><i>Filozófia:</i> gondolati rendszerek felépítése, fejlődése.</p>
<p><i>Algebra és számelmélet</i></p> <p><i>Műveletek kifejezésekkel</i></p> <p>Algebrai kifejezések átalakításai, nevezetes szorzatok. A hatványozás azonosságai. Matematikai fogalmak fejlődése, permanencia-elv. Gyökös kifejezések átalakításai. Exponenciális és logaritmikus kifejezések átalakításai.</p> <p><i>Számelmélet</i></p> <p>Oszthatósági szabályok. Számolás maradékokkal. Prímszámok. Oszthatósági feladatok megoldása.</p> <p><i>Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek</i></p> <p>Lineáris és lineárisra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek. Exponenciális és logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Polinomok algebrája. Paraméteres egyenletek, egyenlőtlenségek.</p>	<p><i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok megoldása.</p>
<p><i>Függvények, sorozatok, az analízis elemei</i></p> <p><i>Függvények</i></p> <p>A függvény fogalma. Függvények rendszerezése a definiáló kifejezés szerint: konstans, lineáris, egészrész, törtrész, másodfokú, abszolútérték, exponenciális, logaritmus, trigonometrikus függvények. Függvények rendszerezése tulajdonságaik szerint. Függvénytranszformációk. Valós folyamatok elemzése függvénytani modellek szerint.</p> <p><i>Sorozatok, sorok</i></p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes programok használata függvények ábrázolására, vizsgálatára.</p> <p><i>Fizika:</i> Az analízis alkalmazásai a fizikában. A matematika és a fizika kölcsönhatása az analízis módszereinek kialakulásában.</p>

<p>A sorozat fogalma. Számítási, mértani sorozat. Rekurzióval megadott egyéb sorozatok. Sorozatok monotonitása, konvergenciája. A végtelen mértani sor.</p> <p><i>Analízis</i> Függvények korlátossága és monotonitása. Függvény határértéke, folytonossága. Differenciálhányados, derivált függvény. Differenciálási szabályok. L'Hospital-szabály. Függvényvizsgálat differenciálás segítségével. Szélsőérték-meghatározási módok.</p>	
<p><i>Geometria</i> <i>Geometriai alapfogalmak</i> Tételek köcsönös helyzete, távolsága, szöge. <i>Geometriai alakzatok, bizonyítások</i> Nevezetes pontthalmazok. Síkídomok, testek, tulajdonságaik. Elemi sík- és térgeometriai tételek. <i>Geometriai transzformációk</i> Egybevágósági és hasonlósági transzformációk, tulajdonságaik. Szerepük a bizonyításokban és a szerkesztésekben.</p> <p><i>Vektorok, trigonometria, koordináta-geometria</i> Vektor fogalma, műveletek a vektorok körében. Matematikai fogalmak fejlődésének követése. Vektorfelbontás, vektorok koordinátái. Hegyszög szögfüggvényei. Szinus- és koszinusztétel. A háromszög hiányzó adatainak kiszámolása. Trigonometrikus azonosságok. Az egyenes egyenletei, egyenletrendszere (síkban és térben). A kör egyenletei. A kúpszeletek definíciója, egyenleteik.</p> <p><i>Geometriai mértékek</i> A hosszúság és a szög mértékei. Kiszámítási módjaik. A kétoldali közelítés módszere. A terület fogalma és kiszámítási módjai. A felszín és térfogat fogalma és kiszámítási módjai. Az integrálszámítás felhasználása alakzatok mértékének kiszámításához.</p>	<p><i>Művészetek:</i> szimmetriák, arány metszés.</p> <p><i>Informatika:</i> számítógépes geometriai programok használata.</p>
<p><i>Valószínűség számítás, statisztika</i> Statisztikai alapfogalmak: módus, medián, átlag, szórás. Esemény algebra és műveleti tulajdonságai. Teljes eseményrendszer. A matematika különböző területeinek összekapcsolása: Boole-algebra. Grafikonok, táblázatok, diagrammok készítése és olvasása. Valószínűségi kísérletek, gyakoriság, relatív gyakoriság. A valószínűség kiszámítási módjai.</p>	<p><i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbázis-kezelő program használata.</p> <p><i>Fizika:</i> fizikai jelenségek valószínűség-számítási modellje.</p>

<p>Feltételes valószínűség. Mintavételi feladatok klasszikus modell alapján. Szerepük a mindennapi életben. A véletlen szabályszerűségei, a nagy számok törvénye. A közvéleménykutatás elemei.</p>	
<p><i>Motivációs témakörök</i> Néhány matematikatörténeti szemelvény. A matematikatörténet néhány érdekes problémájának áttekintése. (Pl. Rényi Alfréd: Dialógusok a matematikáról.) Matematikusokkal kapcsolatos történetek. Matematika alapú játékok. Logikai feladványok, konstrukciós feladatok. A matematika néhány filozófiai kérdése. A matematika fejlődésének külső és belső hajtóerői. Néhány megoldatlan és megoldhatatlan probléma.</p>	<p><i>Informatika:</i> könyvtárhasználat, internethasználat.</p>

<p>A fejlesztés várt eredményei a 11. évfolyam végén</p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Halmazok számosságával kapcsolatos ismeretek áttekintése. - A kombinatorikai problémák rendszerezése. - Bizonyítási módszerek áttekintése. - A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - A kiterjesztett gyök-, és hatványfogalom ismerete. - A logaritmus fogalmának ismerete. - A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben, probléma megoldása céljából. - Exponenciális és logaritmusos egyenletek megoldása, ellenőrzése. - Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása. - Egyenletek ekvivalenciájának áttekintése. - A számológép biztos használata. <p><i>Függvények, az analízis elemei</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése. - Függvénytranszformációk. - Exponenciális folyamatok matematikai modellje. - A számtani és a mértani sorozat. Rekurzív sorozatok. - Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése. - Sorozatok vizsgálata monotonitás, korlátosság, határérték szempontjából. Véges és végtelen sorok összegzése. - A függvények vizsgálata, jellemzése elemi eszközökkel és differenciálszámítás használatával. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták. - Két vektor skaláris szorzata, vektoriális szorzata. - Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása. - A geometriai és algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör, egyenes, parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása. - Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése. - Távolság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.
-----------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében. - A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módja. - Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.
--	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

12. évfolyam

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 11 óra
Előzetes tudás	Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY. Skatulya elv, logikai szita. Sorbarendezési és kiválasztási feladatok, gráfhasználat feladatmegoldásban. Gráf, csúcs, él, foksám.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Korábban megismert fogalmak ismétlése, elmélyítése. Kombinatorikai és gráfelméleti módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Számhalmazok. Számhalmazok bővítésének szükségessége a természetes számoktól a komplex számokig. Algebrai számok, transzcendens számok.</p> <p>Halmazok számossága. Halmazok ekvivalenciája. Végtelen és véges halmazok. Megszámlálható és nem megszámlálható halmazok. Kontinuum-sejtés. <i>Matematikatörténet: Cantor, Hilbert, Gödel.</i></p>		<i>Filozófia:</i> Gondolati rendszerek felépítése. Bizonyíthatóság.
<p>Konstrukciók. Lehetetlenségi bizonyítások. Adott tulajdonságú matematikai objektumok konstruálása. Adott tulajdonságú sorozatok, függvények, egyenletek, műveletek, ábrák, lefedések, színezések stb. Annak indoklása, hogy valamely konstrukció nem hozható létre. (Pl. invariáns mennyiség keresésével.) Példák a matematika történetéből lehetetlenségi bizonyításokra.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Permutáció, variáció, kombináció, művelet, reláció, binomiális együttható.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. Nevezetes egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok elemi megoldása	Órakeret 15 óra
Előzetes tudás	Nevezetes azonosságok ismerete. Középek és sorrendjük ismerete két változóra. Másodfokú és trigonometrikus függvények ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása. A modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal. A szélsőérték-problémához illő megoldási mód kiválasztása. Gyakorlat optimális megoldások keresésében.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Azonos egyenlőtlenségek. Nevezetes középek közötti egyenlőtlenségek.		

<p>(Többváltozós alak bizonyítása fokozatos közelítés módszerével.) Nevezetes közepek közötti egyenlőtlenségek alkalmazása szélsőérték-feladatok megoldásában. Szélsőérték-feladatok megoldása függvénytulajdonságok segítségével. (Másodfokú és trigonometrikus függvényekkel.) Szélsőérték-feladatok megoldása fokozatos közelítés módszerével. Bernoulli-egyenlőtlenség. Cauchy-egyenlőtlenség. Jensen-egyenlőtlenség. (Bizonyítás nélkül, szemléletes képpel.) Környezetvédelem: legrövidebb utak és egyéb optimális módszerek keresése.</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szélsőérték hely, szélsőérték. Nevezetes közép.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	8. Integrálszámítás, téreometria	Órakeret 40 óra
Előzetes tudás	Folytonos függvények fogalma. Területszámítás elemei. Sorozatok, véges sorok. Differenciálási szabályok ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Az integrálszámítás módszereivel találkozáskor a közelítő módszerek ismeretének bővítése. A függvény alatti terület alkalmazásai a matematika és a fizika több területén. Áttekintő képet kialakítása a téreometriáról, a felszín- és térfogatszámítás módszereiről.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A területszámítás alapelvei. Néhány egyszerűbb alakzat területének levezetése az alapelvekből. A területszámítás módszereinek áttekintése. Területszámítási módszerek alkalmazása a matematika más témaköreiben. (Pl. geometriai bizonyításokban.)		
A térfogatszámítás alapelvei. Néhány egyszerűbb test térfogatának levezetése az alapelvekből. A térfogatszámítás áttekintése. A térfogatszámítás néhány új eleme. Cavalieri-elv, a gúla térfogata. Csonkagúla térfogata. Érintőpoliéderek térfogata. Alakzatok felszíne, hálójaja. Csonkakúp felszíne. Gömb felszínének levezetése (Heurisztikus, nem precíz módszerrel.)		
Téreometria elemei. Tetraéderekre vonatkozó tételek. (Van-e beírt, körülírt gömbje, súlypontja, magasságpontja?) Ortogonalis tetraéder. Tetraéder és paralelepipedon. Euler-féle poliéder-tétel. (Bizonyítás nélkül.) Szabályos testek.		<i>Kémia:</i> kristályok. <i>Művészetek:</i> szimmetriák.
Bevezető feladatok az integrál fogalmához. Függvény grafikonja alatti terület. A megtett út és a sebesség-idő grafikon alatti terület. A munka kiszámítása az erő-út grafikon alatti terület alapján.		
Alsó és felső közelítő összegek. Az intervallum felosztása, a felosztás finomítása. Közelítés véges összegekkel.		<i>Informatika:</i> számítógépes szoftver használata.

<p>A határozott integrál fogalma, jelölése. A szemléletes megközelítésre alapozva eljutás a pontos definícióig. Példa nem integrálható függvényre is. Negatív függvény határozott integrálja. A határozott integrál és a terület-előjeles terület. Az integrál közelítő kiszámítása. Számítógépes szoftver használata a határozott integrál szemléltetésére. <i>Matematikatörténet:</i> Bernhard Riemann.</p>	
<p>Az integrálhatóság szükséges és elegendő feltétele. Korlátos és monoton függvények integrálhatósága. A határozott integrál tulajdonságai.</p>	<p><i>Fizika:</i> A munka és a mozgási energia. Elektromos feszültség két pont között, a potenciál. Tehetetlenségi nyomaték. Alakzat tömegközéppontja. A hidrosztatikai nyomás és az edény oldalfalára ható erő. Effektív áramerősség.</p>
<p>Az integrál mint a felső határ függvénye. Integrálfüggvény. Folytonos függvény integrálfüggvényének deriváltja. Kapcsolat a differenciálszámítás és az integrálszámítás között. A primitív függvény fogalma. A primitív függvények halmaza – a határozatlan integrál: – hatványfüggvény, polinomfüggvény, – trigonometrikus függvények, – exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. A Newton-Leibniz-tétel. Integrálási módszerek: Integrálás helyettesítéssel. <i>Matematikatörténet:</i> Newton, Leibniz, Euler.</p>	
<p>Az integrálszámítás alkalmazása matematikai és fizikai problémákra. Két függvénygörbe közötti terület meghatározása. Forgástest térfogatának meghatározása. Henger, kúp, csonkakúp, gömb, gömbszelet térfogata. Az integrálás közelítő módszerei – numerikus módszerek.</p>	<p><i>Fizika:</i> Potenciál, munkavégzés elektromos, illetve gravitációs erőterben. Váltakozó áram munkája, effektív áram és feszültség. Newton munkássága.</p>
<p>Néhány egyszerűbb improprius integrál. Néhány hatványsor. (Formális meghatározás integrálással.) Hatványsorok szerepe a matematikában, fizikában, informatikában. Hogyan számolnak az egyszerű számológépek 12 jegy pontossággal?</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Alsó- és felső közelítő összeg, határozott integrál. Primitív függvény, határozatlan integrál. Newton-Leibniz-tétel. Felszín, térfogat, forgástestek, csonkakúp, csonkakúp, gömb.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	9. Statisztika, valószínűség	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Klasszikus valószínűségi modell.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése. A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására. Mit jelent a valószínűség – a nagy számok törvénye.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Statisztikai mintavétel. Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. Számsokaságok jellemzése: átlag, medián, módusz, szórás. Gyakorlati példák arra, hogy mikor melyik mutatóval célszerű jellemezni a számsokaságot. Átlagos abszolút eltérés, átlagos négyzetes eltérés. A medián és az átlag minimumtulajdonsága. Közvélemény-kutatás. Statisztikai évkönyv. Minőség-ellenőrzés.</p>	<p><i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbázis-kezelő program használata.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> választások.</p>
<p>Eseményalgebra. Kapcsolat a halmazok és a logika műveleteivel. <i>Matematikatörténet:</i> George Boole.</p>	
<p>Véletlen jelenségek megfigyelése. A modell és a valóság kapcsolata. Szerencsejátékok elemzése. Klasszikus valószínűségi modell. Események összegének, szorzatának, komplementerének valószínűsége. Kizáró események, független események valószínűsége. Feltételes valószínűség. Mintavételre vonatkozó valószínűségek megoldása klasszikus modell alapján. Nagy számok törvénye. (Szemléletes tárgyalás képletek nélkül.) Geometriai valószínűség. <i>Matematikatörténet:</i> Pólya György, Rényi Alfréd.</p>	<p><i>Informatika:</i> véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.</p>

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valószínűség, kizáró esemény, független esemény.
--------------------------------	--------------------------------------------------

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	10. Rendszerező összefoglalás	Órakeret 47 óra
Előzetes tudás	A 4 év matematika-tananyaga.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben. Felkészítés az emelt szintű érettségire: az önálló rendszerzés, lényegkiemelés, történeti áttekintés képességének kialakítása, alkalmazási lehetőségek megtalálása. Kapcsolatok keresése különböző témakörök között. Elemzőképesség, kreativitás fejlesztése. Felkészítés a felsőfokú oktatásra.</p>	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p><i>Gondolkodási módszerek</i> <i>Halmazok, matematikai logika</i> Halmazok, megadási módjaik, részhalmaz, kiegészítő halmaz. Halmazok közötti műveletek. Végtelen halmazok elmélete; számosságok. Állítások, logikai értékük. Negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. Univerzális és egzisztenciális kvantor. <i>Kombinatorika, gráfok, algoritmusok</i> Permutáció, variáció, kombináció. Binomiális tétel. Pascal háromszög. Elemi gráfelméleti ismeretek. Euler-féle poliédertétel. A bizonyítások fejlődése és a bizonyítási módszerek változása. Nevezetes sejtések.</p>	<p><i>Filozófia:</i> gondolati rendszerek felépítése, fejlődése.</p>
<p><i>Algebra és számelmélet</i> <i>Műveletek kifejezésekkel</i> Algebrai kifejezések átalakításai, nevezetes szorzatok. A hatványozás azonosságai. Matematikai fogalmak fejlődése, permanencia-elv. Gyökös kifejezések átalakításai. Exponenciális és logaritmikus kifejezések átalakításai. <i>Számelmélet</i> Oszthatósági szabályok. Számolás maradékokkal. Prímszámok. Oszthatósági feladatok megoldása. <i>Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek</i> Lineáris és lineárisra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek. Exponenciális és logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Polinomok algebrája. Paraméteres egyenletek, egyenlőtlenségek.</p>	<p><i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok megoldása.</p>
<p><i>Függvények, sorozatok, az analízis elemei</i> <i>Függvények</i> A függvény fogalma. Függvények rendszerezése a definiáló kifejezés szerint: konstans, lineáris, egészrész, törtrész, másodfokú, abszolútérték, exponenciális, logaritmus, trigonometrikus függvények. Függvények rendszerezése tulajdonságaik szerint. Függvénytranszformációk. Valós folyamatok elemzése függvénytani modellek szerint.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes programok használata függvények ábrázolására, vizsgálatára. <i>Fizika:</i> Az analízis alkalmazásai a fizikában. A matematika és a fizika kölcsönhatása az analízis módszereinek kialakulásában.</p>

<p><i>Sorozatok, sorok</i></p> <p>A sorozat fogalma. Számítási, mértani sorozat. Rekurzióval megadott egyéb sorozatok. Sorozatok monotonitása, konvergenciája. A végtelen mértani sor.</p> <p><i>Analízis</i></p> <p>Függvények korlátossága és monotonitása. Függvény határértéke, folytonossága. Differenciálhányados, derivált függvény. Differenciálási szabályok. L'Hospital-szabály. Függvényvizsgálat differenciálás segítségével. Szélsőérték-meghatározási módok. A tanult függvények primitív függvényei. Integrálási módszerek. A határozott integrál. Newton–Leibniz-tétel. A határozott integrál alkalmazásai. Improprius integrál.</p>	
<p><i>Geometria</i></p> <p><i>Geometriai alapfogalmak</i></p> <p>Tételek köcsönös helyzete, távolsága, szöge.</p> <p><i>Geometriai alakzatok, bizonyítások</i></p> <p>Nevezetes pontthalmazok. Síkídomok, testek, tulajdonságaik. Elemi sík- és térgeometriai tételek.</p> <p><i>Geometriai transzformációk</i></p> <p>Egybevágósági és hasonlósági transzformációk, tulajdonságaik. Szerepük a bizonyításokban és a szerkesztésekben.</p> <p><i>Vektorok, trigonometria, koordináta-geometria</i></p> <p>Vektor fogalma, műveletek a vektorok körében. Matematikai fogalmak fejlődésének követése. Vektorfelbontás, vektorok koordinátái. Hegyesszög szögfüggvényei. Szinusz- és koszinusztétel. A háromszög hiányzó adatainak kiszámolása. Trigonometrikus azonosságok. Az egyenes egyenletei, egyenletrendszere (síkban és térben). A kör egyenletei. A kúpszeletek definíciója, egyenleteik.</p> <p><i>Geometriai mértékek</i></p> <p>A hosszúság és a szög mértékei. Kiszámolási módjaik. A kétoldali közelítés módszere. A terület fogalma és kiszámítási módjai. A felszín és térfogat fogalma és kiszámítási módjai. Az integrálszámítás felhasználása alakzatok mértékének kiszámításához.</p>	<p><i>Művészetek:</i> szimmetriák, aranymetszés.</p> <p><i>Informatika:</i> számítógépes geometriai programok használata.</p>

<p><i>Valószínűségszámítás, statisztika</i></p> <p>Statisztikai alapfogalmak: módus, medián, átlag, szórás. Eseményalgebra és műveleti tulajdonságai. Teljes eseményrendszer. A matematika különböző területeinek összekapcsolása: Boole-algebra. Grafikonok, táblázatok, diagrammok készítése és olvasása. Valószínűségi kísérletek, gyakoriság, relatív gyakoriság. A valószínűség kiszámítási módjai. Feltételes valószínűség. Mintavételi feladatok klasszikus modell alapján. Szerepük a mindennapi életben. A véletlen szabályszerűségei, a nagy számok törvénye. A közvéleménykutatás elemei.</p>	<p><i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbázis-kezelő program használata.</p> <p><i>Fizika:</i> fizikai jelenségek valószínűség-számítási modellje.</p>
<p><i>Motivációs témakörök</i></p> <p>Néhány matematikatörténeti szemelvény. A matematikatörténet néhány érdekes problémájának áttekintése. (Pl. Rényi Alfréd: Dialógusok a matematikáról.) Matematikusokkal kapcsolatos történetek. Matematika alapú játékok. Logikai feladványok, konstrukciós feladatok. A matematika néhány filozófiai kérdése. A matematika fejlődésének külső és belső hajtóerői. Néhány megoldatlan és megoldhatatlan probléma.</p>	<p><i>Informatika:</i> könyvtárhasználat, internethasználat.</p>

<p>A fejlesztés várt eredményei a 12. évfolyam végén</p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Halmazok számosságával kapcsolatos ismeretek áttekintése. - A kombinatorikai problémák rendszerezése. - Bizonyítási módszerek áttekintése. - A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - A kiterjesztett gyök-, és hatványfogalom ismerete. - A logaritmus fogalmának ismerete. - A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben, probléma megoldása céljából. - Exponenciális és logaritmusos egyenletek megoldása, ellenőrzése. - Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása. - Egyenletek ekvivalenciájának áttekintése. - A számológép biztos használata. <p><i>Függvények, az analízis elemei</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése. - Függvénytranszformációk. - Exponenciális folyamatok matematikai modellje. - A számtani és a mértani sorozat. Rekurzív sorozatok. - Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése. - Sorozatok vizsgálata monotonitás, korlátosság, határérték szempontjából. Véges és végtelen sorok összegzése.
-----------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<ul style="list-style-type: none"> - A függvények vizsgálata, jellemzése elemi eszközökkel és differenciálszámítás használatával. - Az integrálszámítás használata, gyakorlati alkalmazása. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták. - Két vektor skaláris szorzata, vektoriális szorzata. - Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása. - A geometriai és algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör, egyenes, parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása. - Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése. - Távolság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása. <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében. - A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módja. - Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.
--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

5. A tantárgyi értékelés formái, szempontjai

Az értékelés alapvető célja a nevelési-oktatási folyamatról való visszajelzés a pedagógus (az iskola) és a tanuló számára. A rendszeres értékelés lehetővé teszi a tanulási és a tanítási stratégia módosításait, a tanuló minősítését és az egész pedagógiai folyamat hatékony befolyásolását. A matematikai értékelés során fontos, hogy minden esetben képet kapjunk a tanuló tantárgyra vonatkozó attitűdjéről. Az értékelés az iskolában irányulhat egy tanulóra, egy valamilyen szempontból válogatott tanulócsoportra, osztályra, évfolyamra vagy az iskola összes tanulójára.

A tanuló tanulmányi munkájának értékelése kiterjed a tanuló teljes tevékenységi rend-szerére, azaz a következőkre:

- órai munka,
- házi feladat elkészítése,
- szóbeli megnyilvánulások: szakkifejezések ismerete, precíz használata, tételek, definíciók pontos ismerete, azok elmondása,
- szorgalmi feladatok vállalása, elkészítése,
- projektben való részvétel,
- készülés versenyekre és azokon részvétel,
- az írásbeli munkák tartalmi és formai igényességére (dolgozatok, IKT eszközökkel készített dokumentumok, stb.),

A gimnáziumi matematika tanulás-tanítás során külső értékelés:

- országos kompetenciamérés (6-8-10. évfolyam, írásbeli)
- érettségi vizsga (12. évfolyam)
 - középszinten: írásbeli illetve a javító vizsga szóbeli
 - emelt szinten: írásbeli és szóbeli

A gimnáziumi matematika tanulás-tanítás során alkalmazott belső értékelési módok:

- témaközi dolgozat (minden évfolyamon, diagnosztikus),
- „röpdolgozat”
- témazáró dolgozat (minden évfolyamon, anyagrészek lezárásakor, írásbeli, szummatív),
- szóbeli felelet (fejlesztő értékelés)
- „próbaérettségi” (12. évfolyam, írásbeli, szummatív)

- félévi és év végi értékelés (az addigi teljesítmény figyelembevételével, szummatív illetve fejlesztő értékelés)

A felsorolt értékelési módokat a szaktanár belátása szerint alkalmazza, kivéve a témazáró dolgozatokat és a próbaérettségít, melynek megírása kötelező.

A minősítéssel járó értékelés esetén az értékelés viszonyítási alapját az érintett ismeretanyag, annak eljárásai, módszerei és feladatanyaga jelentik. A minősítéssel járó értékelés (dolgozat) előtt a tanulót tájékoztatni kell a következőkről (kivéve, ha a tanulók röpdolgozatot) írnak:

- a dolgozat jól körülhatárolt ismeretanyaga,
- a várható feladattípusok (feladatmegoldás, elméleti kérdés),
- a feladatlap jellege (teszt vagy részletes kidolgozást igénylő feladatok, a feladatok mennyisége),
- a dolgozatírás ideje, helye,
- a dolgozatírás időtartama,
- a használható segédeszközök,
- a kapott minősítés súlya.

A tanuló tanulmányi munkájának, teljesítményének **egységes értékelése** érdekében a tanulók írásbeli értékelésekor az elért teljesítmény (pontszám) érdemjegyekre történő átváltását a következő arányok alapján végezzük.

<u>Teljesítmény</u>	<u>Érdemjegy</u>
0-29%	elégtelen (1)
30-49%	elégséges (2)
50-69%	közepes (3)
70-89%	jó (4)
90-100%	jeles (5)

Az utolsó két évfolyamon a tanulók értékelése a közép – ill. emelt szintű érettségi vizsgához igazodik.

Az elmúlt egy-két óra ismeretanyagát felölelő vagy házi feladatból íratott dolgozatot, röpdolgozatot, nem kell bejelenteni és ezekre a tájékoztatási kötelezettség nem vonatkozik. A tanév megszervezésekor azonban ezen dolgozatok írásának lehetőségére fel kell hívni a tanulók figyelmét. Témazáró dolgozatokkal kapcsolatos kérdéseket a pedagógiai program szabályozza (bejelentés, javítás ... stb)

Legkésőbb a dolgozat megírását követő tizedik tanítási napon a tanulónak ki kell osztani a kijavított, osztályzattal ellátott dolgozatot. Ha ez a határidőn belül nem történik meg, akkor a tanuló számára a kapott érdemjegy választható lesz. Ha a tanuló nem kéri az osztályzatot, akkor meg kell ismételnie azt, a témakör anyagából összeállított az eredetivel azonos nehézségű, más kérdéssor alapján. A dolgozatok kiosztásánál a pedagógus ismerteti az osztályzatok ponthatárait. A témazáró dolgozat feladatainak megoldását részletesen meg kell beszélni a tanulókkal (dolgozatjavítás).

Egyéb kérdésekben a pedagógiai program általános útmutatói az irányadóak.

6. Középszintű érettségi témakörök felsorolása (csak középiskolában)

A középszintű érettségi a mai társadalomban tájékozódni és alkotni tudó ember matematikai ismereteit követeli meg, ami elsősorban a matematikai fogalmak, tételek gyakorlati helyzetekben való ismeretét és alkalmazását jelenti.

1. Gondolkodási módszerek, halmazok, logika, kombinatorika, gráfok
 - 1.1. Halmazok
 - 1.2. Matematikai logika
 - 1.3. Kombinatorika
 - 1.4. Gráfok
2. Számelmélet, algebra
 - 2.1. Alapműveletek
 - 2.2. Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek
 - 2.3. Racionális és irracionális számok
 - 2.4. Valós számok
 - 2.5. Hatvány, gyök, logaritmus

- 2.6. Betűs kifejezések
- 2.7. Arányosság
- 2.8. Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek, egyenlőtlenségrendszerek
- 2.9. Középértékek, egyenlőtlenségek
3. Függvények, analízis elemei
 - 3.1. A függvény
 - 3.2. Egyváltozós valós függvények
 - 3.3. Sorozatok
 - 3.4. Az egyváltozós valós függvények analízisének elemei
4. Geometria, koordináta geometria, trigonometria
 - 4.1. Elemi geometria
 - 4.2. Geometriai transzformációk
 - 4.3. Síkbeli és térbeli alakzatok
 - 4.4. Vektorok a síkban és a térben
 - 4.5. Trigonometria
 - 4.6. Koordináta geometria
 - 4.7. Kerület, terület
 - 4.8. Felszín, térfogat
5. Valószínűség-számítás, statisztika
 - 5.1. Leíró statisztika
 - 5.2. A valószínűség-számítás elemei

7. Függelék:

A tankönyvek kiválasztásakor fontos ismerni azok felépítését, használhatóságát.

Tanulmányi segédletek, taneszközök felsorolása:

- Körző, vonalzó.
- Zsebszámológép tanulói használatra.
- Grafikus számológép, személyi számítógép a tanórai munkához.
- Kézikönyvek, feladatgyűjtemények.
- Multimédiás adathordozók (CD-ROM-ok), Internet.